

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

ШИРОКОСМУГОВІ СИГНАЛИ В СИСТЕМАХ ТЕХНІЧНОГО ЗАХИСТУ ІНФОРМАЦІЇ ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ. ЧАСТИНА II

*Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
як навчальний посібник для здобувачів ступеня магістра за освітньо-
професійною програмою «Системи технічного захисту інформації»
за спеціальністю 125 «Кібербезпека»*

Київ
КПІ ім. Ігоря Сікорського
2020

Ширококугові сигнали в системах технічного захисту інформації: Лабораторний практикум. Частина II [Електронний ресурс] : навч. посіб. для здоб. ступеня магістра за освітньо-професійною програмою «Системи технічного захисту інформації» за спеціальністю 125 «Кібербезпека» / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: С. М. Куш, Д. О. Прогонов. – Електронні текстові дані (1 файл: 2,04 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. – 55 с.

*Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
(протокол № 7 від 27.02.2020 р.)
за поданням Вченої ради Фізико-технічного інституту
(протокол № 14/2019 від 23.12.2019 р.)*

Електронне мережне навчальне видання

ШИРОКОСМУГОВІ СИГНАЛИ В СИСТЕМАХ ТЕХНІЧНОГО ЗАХИСТУ ІНФОРМАЦІЇ ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ. ЧАСТИНА II

Укладачі: *Куш Сергій Миколайович, канд. техн. наук, доц.
Прогонов Дмитро Олександрович, канд. техн. наук, доц.*

Відповідальний редактор *Мачуський Євгеній Андрійович, доктор техн. наук, проф.*

Цикл лабораторних робіт з дисципліни “Ширококугові сигнали” складається з трьох частин, які містять у собі сім робіт. Цикл лабораторних робіт охоплює основні розділи теоретичного курсу. Виконання даного циклу робіт на ПК з використанням сучасного програмного забезпечення (пакетів Mathlab, Mathcad), дозволить набути навички сучасних методів досліджень складних сигналів в умовах сильних завад, що допоможе кращому засвоєнню теоретичних положень, викладених в лекціях, навчальній та науковій літературі.

© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020

ЗМІСТ

Список скорочень.....	4
Порядок виконання лабораторних робіт та оформлення протоколів.....	5
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №4.....	6
Теоретичні відомості.....	6
Домашнє завдання.....	16
Порядок виконання роботи.....	17
Варіанти виконання.....	18
Контрольні запитання.....	19
Приклади виконання розділів лабораторної роботи.....	20
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №5.....	34
Теоретичні відомості.....	34
Домашнє завдання.....	37
Порядок виконання.....	38
Контрольні запитання.....	39
Приклади виконання розділів лабораторної роботи.....	40
Літературні джерела.....	55

СПИСОК СКОРОЧЕНЬ

АКФ	– Автокореляційна функція;
АБГШ	– Адитивний білий гаусівський шум;
ВКФ	– Взаємна кореляційна функція;
ДПУ	– Дискретне перетворення Уолша;
ДПФ	– Дискретне перетворення Фур'є;
ДПХ	– Дискретне перетворення Хаара;
$\overrightarrow{КГ}$	– Код Грея (лівосторонній);
ПАКФ	– Періодична автокореляційна функція;
ТЗІ	– Технічний захист інформації;
ШПУ	– Швидке перетворення Уолша;
ШПФ	– Швидке перетворення Фур'є;
ШСС	– Широкосмугові сигнали.

ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ І ОФОРМЛЕННЯ ПРОТОКОЛІВ

Кожна лабораторна робота виконується студентами індивідуально в комп'ютерному класі, відповідно до розкладу. Номер варіанту виконуваної лабораторної роботи вибирається студентами із завдання до кожної лабораторної роботи, згідно його порядкового номеру в журналі групи.

Перед виконанням лабораторних робіт студенти повинні вивчити теоретичний матеріал за темою роботи і виконати домашнє завдання в повному обсязі, відповідно до вимог, викладених у даних Вказівках.

Під час підготовки домашнього завдання необхідно:

- детально продумати хід виконання роботи;
- вибрати найбільш просту і зручну форму представлення сигналу;
- застосувати нормування параметрів;
- вибрати найбільш придатне подання ряду Фур'є або інших функціональних залежностей;
- записати всі необхідні розрахункові формули;
- якісно побудувати графіки залежностей для очікуваних результатів.

Студентам, які не працювали раніше з пакетом Matlab/Simulink, необхідно ознайомитися основними можливостями пакета, особливостями введення і редагування формул, основними розрахунками і поданням результатів (у тому числі і побудовою графіків).

Умовою допуску до виконання лабораторної роботи є наявність правильно виконаного домашнього завдання і позитивних результатів контрольної роботи, що проводиться перед початком лабораторної роботи. До виконання лабораторних робіт не допускаються студенти, які спізнилися до початку їхнього виконання, або отримали незадовільну оцінку з контрольної роботи чи не підготували домашнє завдання і не здали оформлений, згідно з вимогами кафедри, протокол попередньої роботи.

Лабораторна робота вважається виконаною після затвердження викладачем всіх отриманих, у ході її виконання, результатів, що позначається в журналі обліку робіт. Після виконання лабораторної роботи її результати можуть бути скопійовані за допомогою одного з текстових редакторів і записані на флешку для оформлення протоколу виконання лабораторної роботи вдома. Повністю оформлений протокол лабораторної роботи подається викладачу не пізніше, ніж на наступному занятті. Умовою одержання заліку за курс лабораторних робіт є своєчасний захист робіт студентами. Якщо студент до кінця семестру не здасть і не захистить усі лабораторні роботи, він не буде допущений до здачі іспиту.

Теоретична частина, наведена в даних методичних вказівках, може бути використана під час виконання курсової роботи.

Лабораторна робота №4

Псевдовипадкові сигнали. Лінійні М-последовності. Нелінійні последовності.

Мета роботи: *Вивчення формування псевдовипадкових сигналів на прикладі М-последовностей, а також нелінійних последовностей та дослідження їх властивостей.*

Теоретичні відомості

М-последовності та їх властивості

У роботі досліджуються кодові последовності, що мають довжину в багато разів більше довжини кодів (последовностей бітів), що застосовуються для передачі інформації. Такі кодові последовності використовуються для розширення спектру сигналу, що передається.

Розглянемо лінійні коди максимальної довжини, - М-последовності. Одним з недоліків лінійних кодів є те, що їх можливо ідентифікувати, маючи короткий сегмент последовності довжиною $(2n + 1)$ символів. Для надійного захисту інформації від розшифрування, застосовуються довгі коди, наприклад, коди довжиною $N=2^{42}-1$ у стільниковому зв'язку, або нелінійні коди, розшифрування яких набагато складніше.

За визначенням, кодами максимальної довжини є коди, що можуть бути отримані за допомогою регістра зсуву або елемента затримки заданої довжини. Довжина двійкової последовності максимальної довжини, що може бути отримана за допомогою генератора, побудованого на основі регістра зсуву, дорівнює $2^n - 1$ двійкових символів, де n - кількість розрядів регістра зсуву. Генератор лінійної последовності складається з регістра зсуву і відповідної логічної схеми, з виходу якої, по колу зворотного зв'язку, інформація про логічну комбінацію станів двох або більш його розрядів надходить на вхід регістра. Сигнал на виході генератора последовності і стан його n розрядів, у будь-який фіксований тактовий інтервал часу, являють собою функцію станів його роз-

рядів, включених у коло зворотного зв'язку, у попередні тактові інтервали часу.

Узагальнена блок-схема генератора лінійної послідовності (цифрового автомата, що формує М-послідовність), приведена на рис. 4.1.

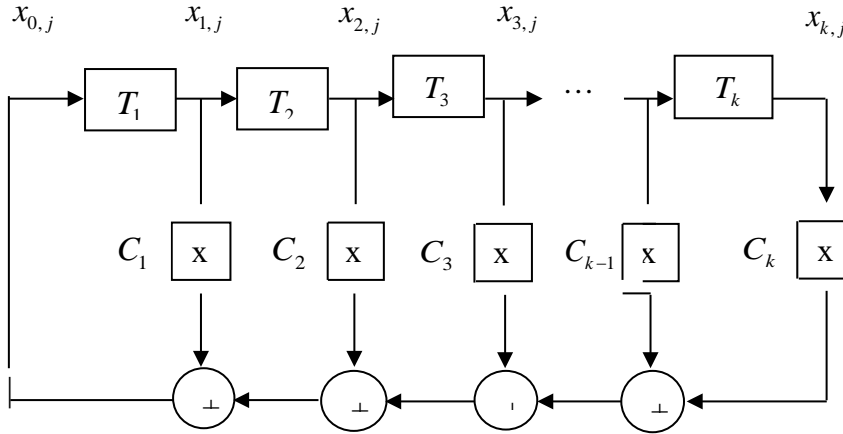


Рис.4.1. Цифровий автомат формування М-послідовності

Основу цифрового автомата, що формує М-послідовність, складають регістр зсуву, із тригерами T_1, T_2, \dots, T_k , що здійснюють затримку вхідного символу на один такт тривалістю τ_0 . Припустимо, що використовуються p різних символів: $0, 1, 2, \dots, p-1$, що утворюють скінчену кількість символів $S = S(0, 1, \dots, p-1)$. Символи на виходах тригерів на j -ом такті позначені через

$x_{1,j}, x_{2,j}, \dots, x_{k,j}$, причому $x_{l,j} \in S$. Символ на вході першого тригера позначений як $x_{0,j}$. Символ на виході l -го тригера на $(j+1)$ -м такті як $x_{l,j+1} = x_{l-1,j}$, тому що з кожним тактом символ із входу "переходить" на вихід. Символи з виходів тригерів надходять на помножувачі, з виходів яких знімають символи $c_1 \cdot x_{1,j}, c_2 \cdot x_{2,j}, \dots, c_k \cdot x_{k,j}$. Множники $C_l \in S$. Тому, якщо операція множення в множику виробляється по $p(\text{mod } p)$, то символи $c_l \cdot x_l \in S$.

Можна записати, що символ на вході в j -ому такті дорівнює

$$x_{0,j} = c_1 \cdot x_{1,j} + c_2 \cdot x_{2,j} + \dots + c_l \cdot x_{l,j} + \dots + c_{k-1} \cdot x_{k-1,j} + c_k \cdot x_{k,j} \quad (4.1)$$

Вираз (4.1) є лінійним рекурентним рівнянням. Воно дозволяє за відомими k символами на виходах тригерів знайти символ $x_{0,j}$, що у наступному такті перейде на вихід T_i .

Відзначимо, що для роботи системи **початкова послідовність, яка встановлюється на тригерах, не може складатися з одних нулів (000...0).**

Послідовності коду максимальної довжини мають наступні властивості:

1. М-послідовність є періодичною з періодом N елементарних імпульсів/чіпів (символів).
2. Одиниць у послідовності на одну більше, ніж нулів.
3. Для М-послідовностей можна легко підрахувати розподіл довжин блоків, які складаються з нулів і одиниць. Місце розташування цих блоків змінюється від послідовності до послідовності, але число блоків однакової довжини залишається без зміни.
4. Кількість блоків, що йдуть підряд, рівномірно зменшується при зростанні довжини блоку N (приблизно половину складають блоки обох типів довжиною 1, чверть - довжиною два, і т.д.).
5. Додавання по модулю два будь-якої послідовності максимальної довжини до послідовності, отриманої шляхом циклічного зсуву цієї ж послідовності на деяке число позицій, утворює нову М послідовність, що представляє собою циклічний зсув тієї ж самої послідовності на інше число позицій.

Псевдовипадкові послідовності

Псевдовипадкова послідовність – детермінований періодичний сигнал, відомий уповноваженим користувачам. Однак через те, що довга М- послідовність має статистичні властивості близькі до характеристик дискретного білого шуму, то для "неуповноваженого" користувача такий сигнал буде здаватися випадковим.

Крім потужних програмних засобів перевірки цифрових сигналів на випадковість, у першому наближенні, швидка оцінка характеристик послідовності, може бути проведена на основі наступних властивостей псевдовипадкової періодичної двійкової послідовності:

1. Збалансованість. Кількість двійкових одиниць повинна відрізнятися від числа двійкових нулів не більше ніж на один елемент.
2. Блочність. У даному випадку під блоком слід розуміти неперервну послідовність однакових двійкових чисел. Довжина блоку дорівнює кількості одиниць або нулів у ньому. У послідовності необхідно, щоб приблизно половину загальної кількості символів послідовності складали блоки довжиною один символ, приблизно одну чверть – довжиною два символи, приблизно однією восьмою - довжиною три символи тощо.
3. Кореляція. Якщо послідовність символів і її циклічно зміщену копію порівняти поелементно, то число збігів повинно відрізнятися від числа розбіжностей не більше, ніж на одиницю. Або іншими словами максимальне значення АКФ $B_m(n) \leq |\pm 1|$ при $n \neq 0$.

Автокореляційна та взаємно кореляційна функція М-послідовностей

Кореляційні властивості кодових послідовностей, що використовуються у широкосмуговому зв'язку, залежать від типу кодової послідовності, її довжини, частоти її символів та символної структури. При побудові як відкритої, так і закритої системи зв'язку, представляють інтерес, як функція автокореляції, так і функція взаємної кореляції кодових послідовностей.

В загальному вигляді автокореляція визначається інтегралом
$$B(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot f(t - \tau) dt$$
 і є мірою подібності сигналу до його копії, зсунутій за часом.

Суттєвою особливістю сигналів, що використовують кодові послідовності будь-якого виду, є необхідність часової синхронізації прийнятого сигналу і ге-

нератора тактових імпульсів у приймачі. Тому важливим є відбір кодових послідовностей, що забезпечують мінімальні значення ймовірності встановлення помилкової синхронізації при неоптимальній кодовій послідовності. Такий відбір проводиться на основі кореляційного аналізу. Задача розпізнавання піків функції автокореляції при створенні захищеної системи зв'язку з великою роздільною здатністю при не оптимально обраній кодовій послідовності втрачає будь-який сенс. Тому необхідно досліджувати автокореляційну функцію кодових послідовностей, навіть якщо відомо, що вони дійсно належать класу М-послідовностей, особливо у випадках використання сегментів М-послідовностей.

Функція взаємної кореляції є мірою подібності двох різних кодових послідовностей в залежності від часового зсуву між ними. У загальному вигляді взаємна кореляційна функція визначається інтегралом $B(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot g(t - \tau) dt$.

Аналіз взаємної кореляції сигналів особливо важливий при використанні кодових послідовностей у таких системах, як системи з вільним доступом і кодовим розподілом каналів (або ж у будь-якій кодово-адресній системі), у яких приймач реагує тільки на сигнал, що відповідає заданій сигнатурі, а також у системах із захистом від навмисних завад, у яких повинні використовуватися кодові послідовності не тільки з малими значеннями піків функції взаємної кореляції, але і оптимальною функцією автокореляції.

Для дискретних сигналів, значення функції автокореляції і взаємної кореляції визначаються як різниця між кількістю збігів А і розбіжностей D символів при посимвольному порівнянні елементів кодових послідовностей.

Бічні піки періодичної (циклічної) автокореляційної функції М-послідовностей, мають амплітуди $-1/N$.

Для усіченої М-послідовності, тобто неперіодичної послідовності з періодом N, амплітуда бічних піків автокореляційної функції, близька до $1/\sqrt{N}$. Тому, із зростанням N величина бічних піків зменшується.

Характеристичні багаточлени

Аналіз роботи цифрового автомата формування М-послідовності на основі рекурентного рівняння (4.1) показує, що робота цього автомата цілком визначається характеристичним багаточленом

$$f(x) = a_0 \cdot x^k + a_1 \cdot x^{k-1} + \dots + a_{k-1} \cdot x + a_k \quad (4.2)$$

коефіцієнти якого зв'язані з множниками наступним співвідношенням:

$$c_n = (-1)^{k+1} \cdot a_n \quad (4.3)$$

Від'ємні значення c_n можна звести за допомогою порівняння за $\text{mod } p$ до додатного числа множини S .

Для двійкових М-послідовностей, що складаються із символів 0 і 1 ($p = 2$), множники c_n і a_n коефіцієнти згідно (4.3) рівні, тобто $c_n = a_n$, причому $a_0 = c_0 = 1$.

Таким чином, для визначення структури цифрового автомата необхідно знати характеристичний багаточлен ступеню k . З теорії М-послідовностей відомо, що характеристичний багаточлен k -го ступеню, по-перше, повинен бути незвідним, тобто його не можна представити у виді добутку багаточленів менших ступенів, а по-друге, він повинен бути первинним (примітивним) щодо двочлена $x^N - 1$, тобто характеристичний багаточлен $f(x)$ повинен ділити $x^N - 1$ без залишку. Тому характеристичний багаточлен є первинним коренем рівняння $x^N - 1$. Якщо характеристичний багаточлен є первинним, то він є незвідним. Тобто, щоб при заданих N , k , p визначити структуру регістра для формування М-послідовності з періодом $N = p^k - 1$, необхідно в якості характеристичного багаточлена, узяти первинний багаточлен ступеню k .

Оскільки двійкові М-послідовності відігравали та відіграють важливу роль у телекомунікаційних системах, їх властивості були вивчені досить глибоко, у тому числі і характеристичні багаточлени. Відомі таблиці, у яких приведені багаточлени до степені $k = 34$. У Табл. 4.1 приведені в двійковій формі коефіцієнти характеристичних багаточленів a_n для $k = 3 \dots 8$, що збігаються з множниками c_n в схемі цифрового автомата, тобто $c_n = a_n$.

Характеристичному багаточлену $f(x)$ відповідає послідовність коефіцієнтів $a_0a_1a_2...a_n...a_k$, представлених у вигляді 1 і 0 (Табл. 4.1).

Табл.4.1

k=3	k=4	k=5	k=6	k=7	k=8
1011	10011	100101	100001	10000011	100011101
1101	11001	101001	1	10001001	100111101
		101111	101011	10001111	100101101
		110111	1	10010001	101001101
		111011	101101	10011101	101011111
		111101	1	10100111	101100011
			110000	10101011	101100101
			1	10111001	101101001
			110011	10111111	101110001
			1	11000001	110000111
			110110	11001011	110001101
			1	11010011	110101001
			111001	11010101	111000011
			1	11100101	111001111
				11101111	111100111
				11110001	111110101
				11110111	
				11111101	

У кожному стовпці зазначений ступінь багаточлена k і його коефіцієнти. У Табл. 4.1 приведені тільки ті характеристичні багаточлени, що породжують М-послідовності (зверніть увагу на кількість одиниць у коефіцієнтах багаточлена). Відповідно період М-послідовності $N = 2^k - 1$. Знання коефіцієнтів дозволяє однозначно побудувати цифровий автомат формування М-послідовностей. Якщо $a_n = c_n = 1$, то вихід n -го тригера підключений до суматора за mod2, якщо $a_n = c_n = 0$ то вихід n -го тригера до суматора за mod2 не підключений.

Якщо цифровий автомат формування послідовності буде побудований при використанні, для зазначених k , інших коефіцієнтів (які відсутні у таблиці), то сформована послідовність не буде послідовністю максимальної довжини, тобто

$$N1 < N = 2^k - 1$$

Нелінійні послідовності

Період лінійної М-послідовності $N = 2^k - 1$, де k - кількість розрядів регістра. Серед усіх можливих кодових комбінацій символів у регістрі, комбінація з усіх нулів (000...0) є забороненою. Якщо в регістрі така комбінація буде записана, то коливання в генераторі зірвуться і регістр установиться в нульовий стан.

Використовуючи додаткові логічні операції, можна так побудувати схему цифрового автомата, що кодова комбінація символів з усіх нулів перестане бути забороненою. У цьому випадку період послідовності $N = 2^k$, а одержувана в регістрі послідовність символів описується нелінійним рекурентним рівнянням. Подібні послідовності називаються нелінійними.

На відміну від лінійних М-послідовностей сума двох зміщених нелінійних послідовностей не є циклічно зміщеною відносно вихідної нелінійної послідовності.

Малий рівень бічних піків періодичної АКФ М-послідовності є наслідком того, що сума двох М-послідовностей також М-послідовність. Оскільки нелінійні послідовності цієї властивості не мають, то можна припустити, що рівень бічних піків їхній АКФ буде більше рівня бічних піків АКФ М-послідовностей.

Нелінійне рекурентне рівняння. Коли число різних використовуваних символів є простим, то однією з можливих схем регістра формування нелінійної послідовності буде блок-схема, представлена на Рис. 4.2. Вона побудована на тому ж принципі, що і схема представлена на Рис. 4.1.

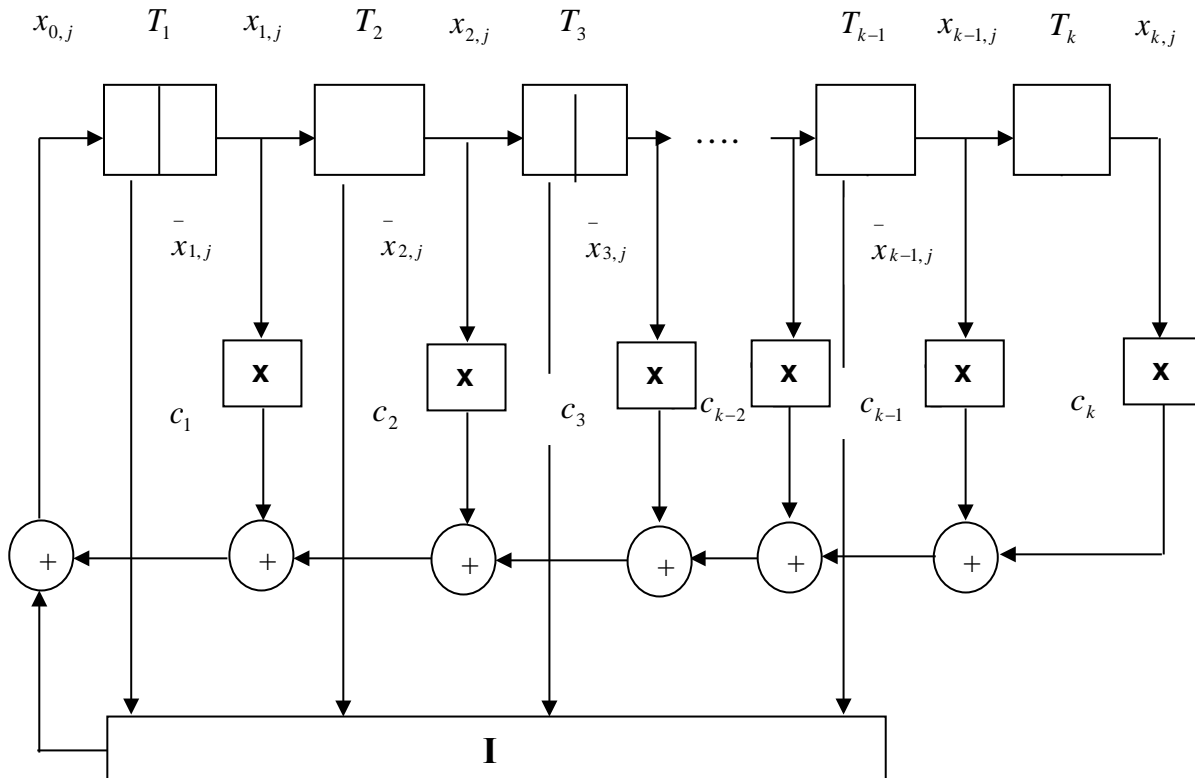


Рис.4.2. Автомат формування нелінійних послідовностей.

Відмінності між схемами представленими на Рис. 4.1 та Рис. 4.2 полягають у тому, що:

- З кожного тригера(1 n)—знімаються прямий символ $x_{i,j}$ та інверсний $\bar{x}_{i,j}$;
- На вхід схеми **I** надходять інверсні символи з усіх тригерів, крім останнього;
- В схему додатково включений суматор за модулем два.

Схема **I** є схемою збігу одиниць, тобто на виході схеми **I** символ **I** з'являється тоді, коли на всіх її входах є одиниці. При цьому

$$\bar{x}_{l,j} x_{l,j} = x_{l,j} + 1(\text{mod } p) \quad (4.4)$$

Схема **I** на роботу регістра не впливає, за тим лише винятком, що між кодовими комбінаціями 000...01 і 100...00 вона формує комбінацію символів з усіх нулів (000...00). Тому вибір характеристичного багаточлена (визначення коефіцієнтів c_1, \dots, c_k) для визначення структури регістра, приведеного на Рис. 4.2, варто робити за таким же алгоритмом, як і для М-послідовності.

Прямий символ на виході 1-го тригера на $(j+1)$ -м такті $x_{l,j+1} = x_{l-1,j}$, тому що з кожним тактом символ із входу "переходить" на вихід. Символ на вході першого тригера в j -ом такті

$$x_{0,j} = \sum_{l=1}^k c_l \cdot x_{l,j} + \prod_{l=1}^{k-1} x_{l,j} \quad (4.5)$$

де

$$\prod_{l=1}^{k-1} x_{l,j} = \begin{cases} 1 & \text{при } x_{l,j} = 1, \\ 0 & \text{при } x_{l,j} \neq 1 \end{cases}$$

операція символічного множення, що забезпечується схемою **I**.

Використовуючи (4.3), нелінійне рекурентне рівняння можна записати як

$$x_{0,j} = \sum_{l=1}^k c_l \cdot x_{l,j} + \prod_{l=1}^{k-1} (x_{l,j} + 1) \quad (4.6)$$

Нелінійність рівнянь (4.5), (4.6) приводить до того, що безпосередній аналіз станів регістра пов'язаний з великими математичними труднощами. Іноді аналіз станів регістра не потрібен, оскільки вибір структури регістра (Рис.4.2) можна здійснювати на основі теорії М-послідовностей.

Відома формула для розрахунку кількості можливих нелінійних послідовностей, для регістрів, сформованих на k тригерах:

$$L = 2^{2^{k-1}-k}.$$

Наприклад, якщо $k = 13$, то кількість можливих нелінійних послідовностей дорівнює 2^{4083} , у той час, як кількість М-послідовностей, сформованих цифровими автоматами на тринадцяти тригерах дорівнює тільки 630.

Домашнє завдання

1. Згідно з номером варіанту, визначити, чи є задана у стовпчику 2 Табл. 4.2 послідовність:

- М послідовністю;
- псевдовипадковою послідовністю;
- нелінійною послідовністю.

2. Побудувати ПАКФ та усічену АКФ заданої послідовності.

3. Для заданої послідовності побудувати її ВКФ с послідовністю, показаною у стовпчику 3 Табл. 4.2. **Примітка.** Для спрощення розрахунку АКФ та ВКФ матричним методом або програмними засобами пакету необхідно замінити 0 на -1.

4. Підготувати схему формування заданої М-послідовності згідно свого варіанту (Табл.4.3). Записати результати у файл. Ім'я файлу повинно бути набране латиницею.

Табл.4.2

Номер варіанту	Послідовність для АКФ	Послідовність для ВКФ
1	2	3
1	100010011010111	110101100100011
2	110001001101011	101011001000111
3	111000100110101	010110010001111
4	111100010011010	101100100011110
5	011110001001101	011001000111101
6	101111000100110	110010001111010
7	010111100010011	100100011110101
8	101011110001001	001000111101011
9	110101111000100	010001111010110
10	011010111100010	100011110101100
11	100011110101100	010110010001111
12	111101011001000	101100100011110
13	000111101011001	011001000111101
14	011110101100100	110010001111010
15	100011110101100	100100011110101
16	000111101011001	001000111101011
17	100100011110101	010001111010110
18	110010001111010	100011110101100
19	001000111101011	110101100100011
20	001111010110010	101011001000111

Порядок виконання роботи

1. Використовуючи задані коефіцієнти характеристичного багаточлена, що наведені в Табл. 4.3, побудувати відповідний йому характеристичний багаточлен у вигляді степеневого рівняння.
2. На основі одержаного характеристичного багаточлена у вигляді степеневого рівняння, змодельовати цифровий автомат формування М-последовності.
3. Записати дві последовності (одну последовність – з виходу цифрового автомату формування М-последовності (з останнього регістра), а другу – з регістра вказаного в стовпчику 3 Табл. 4.3). Початкове заповнення регістрів – 00...01.
4. Розрахувати та побудувати циклічні (періодичні) АКФ (ПАКФ) отриманих М-последовностей (використовуючи циклічний зсув, як це зроблено у Прикладі виконання роботи.
5. Зсунути циклічну М-последовність на число позицій, яке вказано, згідно варіанту, у четвертому стовпчику Таблиці 4.3. Одержану последовність скласти за модулем два з вихідною последовністю. Показати, що отримана последовність є циклічно зсунутою (затриманою) відносно вихідної последовності. Вказати число позицій, на які зсунута последовність відносно висхідної.
6. Використавши лінійне рекурентне рівняння (4.1), визначити символ на вході другого регістру після третього такту. Початкове заповнення регістрів записати 000..01. Порівняти результат, одержаний на змодельованому цифровому автоматі формування лінійної М-последовності.
7. Змодельовати цифровий автомат формування нелінійної последовності. За основу взяти цифровий автомат формування М-последовності, отриманий в п.1. Початкове заповнення регістрів записати 0..00. З виходу схеми формування нелінійної последовності зняти одержану последовність.
8. Показати, що последовність, знята з виходу будь-якого регістру цифрового автомату формування нелінійної последовності також є нелінійною последовністю.
9. Використавши нелінійне рекурентне рівняння (4.6), визначити символ на вході другого регістру після третього такту. Початкове заповнення регістрів записати 000..00. Порівняти результат, одержаний на змодельованому автоматі формування нелінійної последовності.
10. Розрахувати та побудувати усічену АКФ та ПАКФ однієї з последовностей.
11. Зсунути циклічну последовність на число позицій, яке вказано згідно варіанту у четвертому стовпчику Таблиці 4.3. Одержану последовність скласти по модулю два з вихідною последовністю. Пояснити відмінності одержаних результатів від даних, одержаних при розрахунках згідно пункту 5.
12. Написати висновки по роботі.

Варіанти виконання лабораторної роботи

Табл.4.3

Номер варіанта	Коефіцієнти характеристичного багаточлена	Другий регістр	Зсув
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>
1	100101	1	12
2	101001	2	9
3	101111	3	5
4	111011	4	7
5	111101	1	15
6	100101	2	10
7	101001	3	6
8	101111	4	8
9	111011	1	9
10	111101	2	11
11	1000011	4	7
12	1010111	1	15
13	1011011	2	10
14	1100001	3	6
15	1100111	4	8
16	1101101	1	9
17	1110011	2	11
18	101001	3	12
19	101111	4	9
20	1100001	1	5

Контрольні запитання

1. Як визначити довжину (період) М-послідовності?
2. Властивості М-послідовностей.
3. Псевдовипадкові послідовності.
4. АКФ М-послідовності при її циклічному зсуві.
5. Визначення збалансованості та блочності для послідовностей.
6. Оцінка оптимальності АКФ по кількості блоків.
7. АКФ усічених М-послідовностей.
8. Характеристичні багаточлени для М-послідовностей.
9. Побудова М-послідовностей за заданим характеристичним багаточленом і початковим заповненням.
10. Заборонені комбінації символів для схеми формування М-послідовності.
11. Формування нелінійних послідовностей.
12. Визначення числа можливих нелінійних послідовностей при заданому числі регістрів.
13. Приклади використання М-послідовностей у стільниковому зв'язку.

Приклади виконання розділів лабораторної роботи

Приклад 1

Використовуючи коефіцієнти характеристичного багаточлену (табл.4.1), побудуємо відповідне йому ступеневе рівняння. Наприклад, візьмемо послідовність коефіцієнтів $(a_0 a_1 a_2 a_3) = 1011$. Далі, скориставшись виразом 4.1, побудуємо відповідний характеристичний багаточлен:

$$f(x) = 1 \cdot x^3 + 0 \cdot x^2 + 1 \cdot x + 1 = x^3 + x + 1$$

Регістр лінійного зсуву, що відповідає цьому багаточлену буде мати такий вигляд:

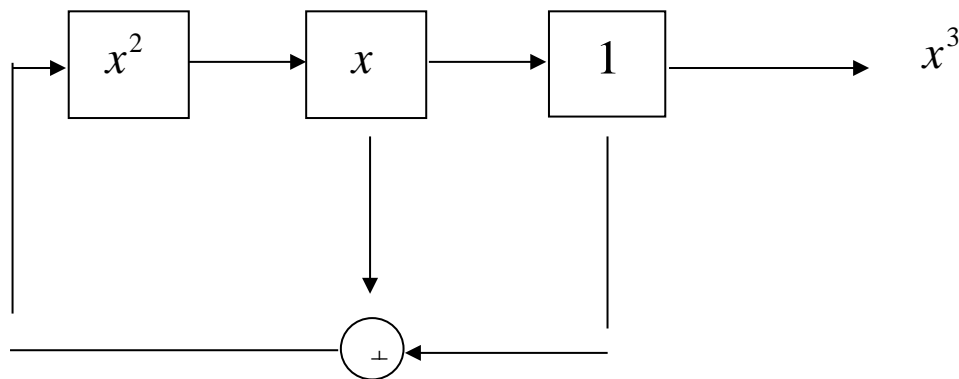


Рис. 4.3. Регістр лінійного зсуву

Змодельюємо цифровий автомат формування М-послідовності, представлений на рис. 4.3, в середовищі Matlab/Simulink. Після запуску середовища Matlab, для того, щоб перейти до блоку Simulink, потрібно натиснути кнопку, зазначену стрілкою на рис. 4.4.

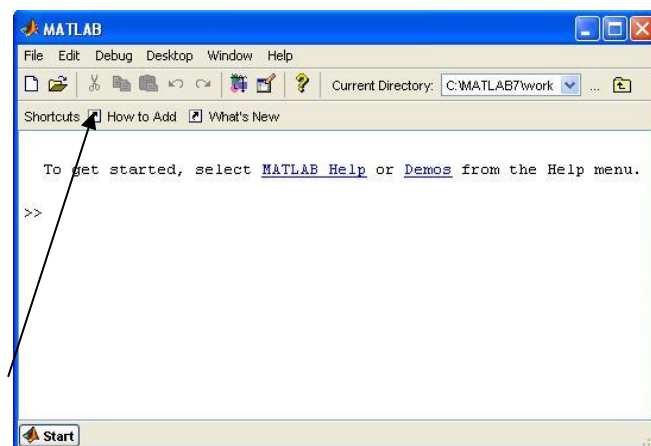


Рис. 4.4. Запуск Simulink

Для моделювання цифрового автомата нам знадобляться блоки Memory і Logical Operator, а для перегляду отриманої М-послідовності - блок Scope. Їх розташування у меню показано на рис. 4.5 і рис. 4.6.

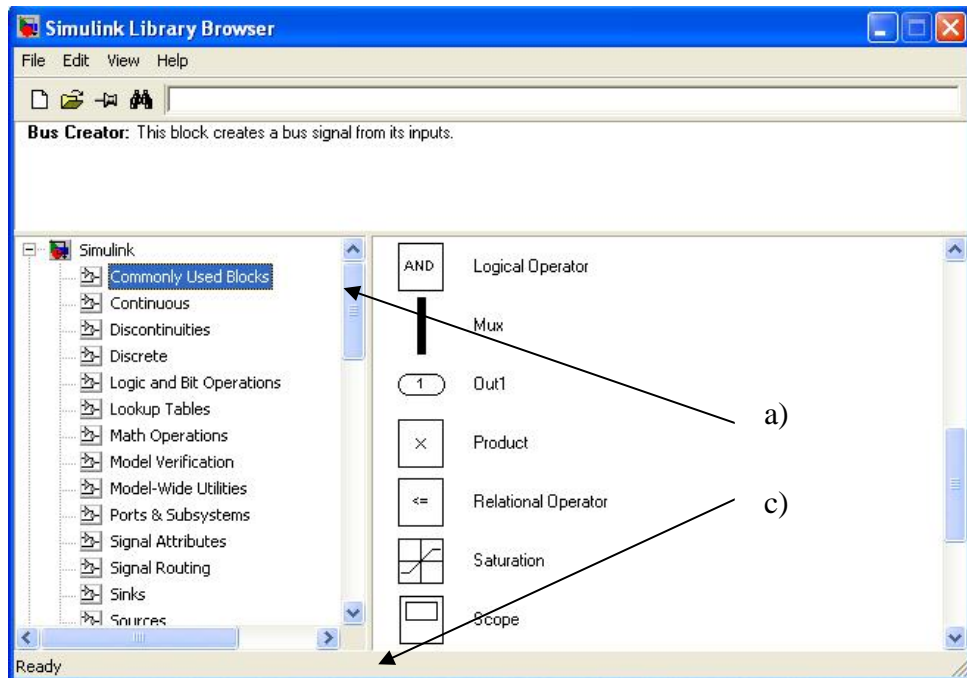


Рис. 4.5 Вибір блоків Logical Operator і Scope

Блок Logical Operator знаходиться в Simulink -> Commonly Used Blocks (або Logic and Bit Operations) -> Logical Operator "AND". Блок Scope знаходиться у Simulink -> Commonly Used Blocks (або Sinks).

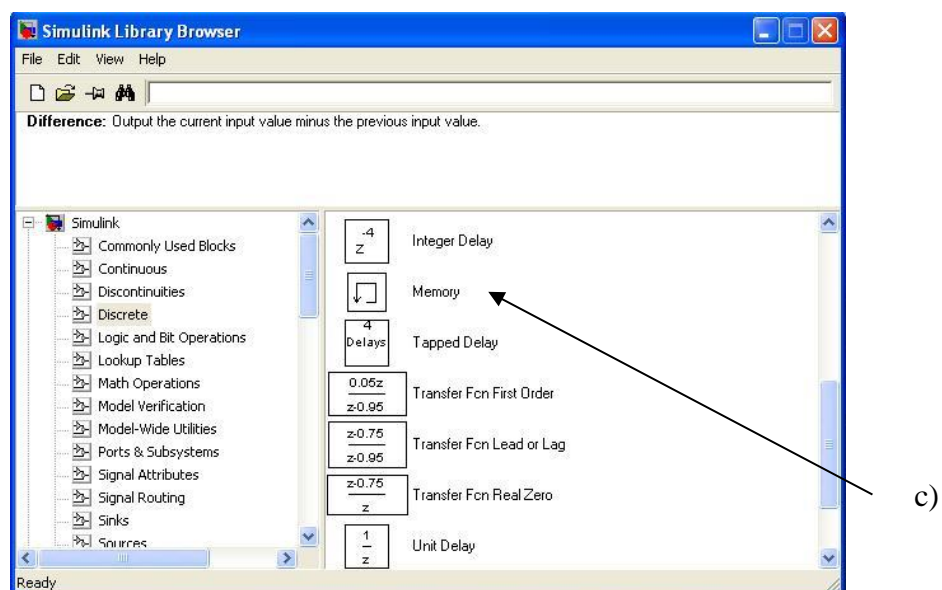


Рис. 4.6. Вибір блоку Memory (Блок Memory знаходиться Simulink -> Discrete).

Створивши новий файл, потрібно "перетягнути" необхідні компоненти в робочу область за допомогою "миші" (рис. 4.7) або натиснути праву кнопку миші, і в меню вибрати Add to Current Model. (Якщо робоча область не створена, то система видає запит Create a new one? Натисніть ОК.) Для того, щоб задати (змінити) параметри блоку, необхідно двічі клацнути лівою кнопкою миші на блоці і в показаному меню провести необхідні зміни вже встановлених параметрів.

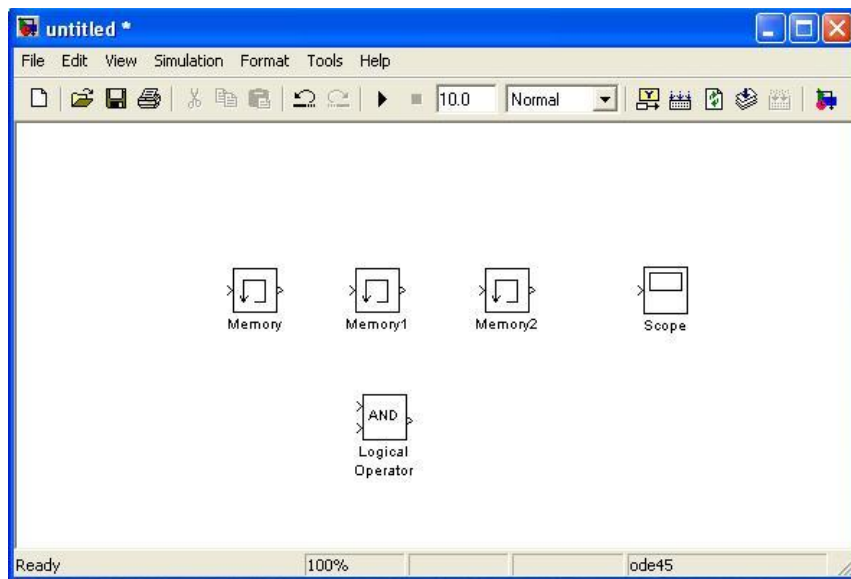


Рис. 4.7. Компоненти схеми у робочій області.

Для того, щоб одержати блок, що буде здійснювати додавання за модулем 2, потрібно двічі клацнути лівою кнопкою "миші" на блоці Logical Operator "AND" і у вікні, що відкрилося, вибрати операцію "XOR", як показано на рис.4.8.

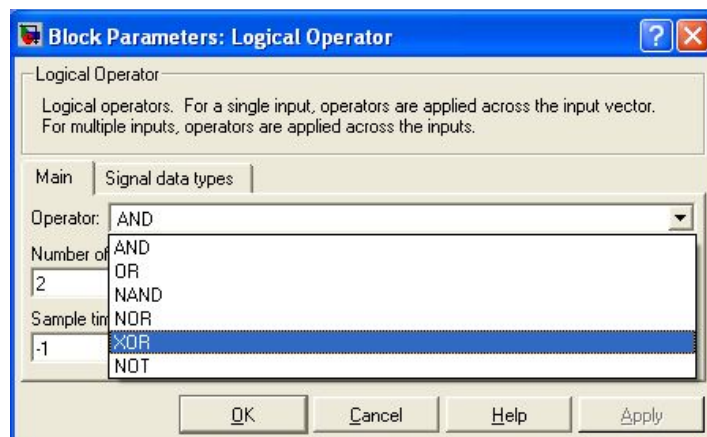


Рис. 4.8. Вибір операції XOR

Після чого потрібно з'єднати блоки за допомогою "миші". При необхідності змінити орієнтацію блоку, необхідно його виділити і в меню перейти: **FORMAT-ROTATE-BLOCK-CLOCKWISE(Ctrl+R)/COUNTER CLOCKWISE** (поворот за годинниковою стрілкою, або проти). Для з'єднання блоків натисніть ліву кнопку миші та переміщуючи курсор, з'єднайте вихід одного блоку з входом іншого. Для розгалуження зв'язків використовуйте клавішу Ctrl. Змодельований цифровий автомат формування М-послідовності представлений на рис. 4.9.

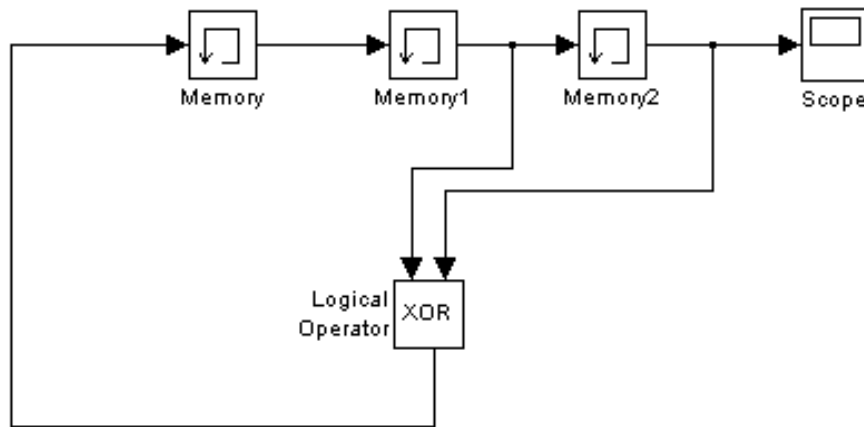


Рис. 4.9. Цифровий автомат формування М-послідовності для заданих коефіцієнтів багаточлена **-1011**.

Для початку роботи цифрового автомата формування досліджуваної М-послідовності потрібно задати початкове значення, наприклад, 00...1. За початковими умовами значення всіх блоків Memory виставлені рівними 0. Для того щоб задати у будь-якому блоку Memory початкове значення рівне одиниці потрібно двічі клацнути по ньому лівою кнопкою "миші" і у вікні, що відкрилося, виставити одиницю у полі меню, зазначеному на Рис. 4.10.

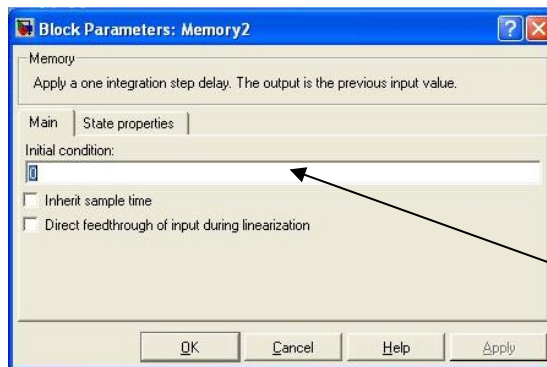


Рис. 4.10. Задання початкового значення блоку Memory.

Для правильної роботи програми у конфігураційних параметрах симуляції (Рис. 4.11) потрібно виставити Max step size: 1 (Рис. 4.12).

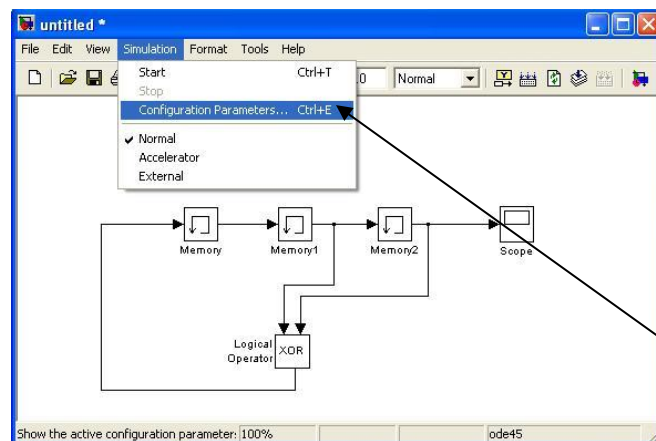


Рис. 4.11. Конфігураційні параметри для заданої схеми

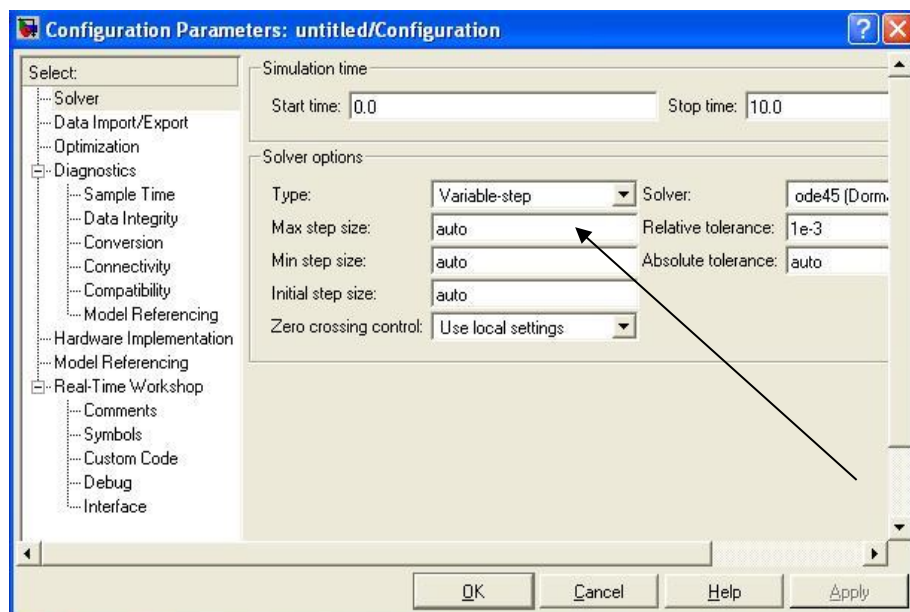


Рис. 4.12. Установка максимального шага у конфігураційних параметрах симуляції.

Для того, щоб почати роботу, залишається тільки виставити термін виконання симуляції, рівний або більший періоду М-послідовності $N = 2^k - 1$ в полі, показаному на Рис. 4.13 (а). Для запуску програми треба натиснути лівою кнопкою миші кнопку, показану на Рис. 4.13 (b).

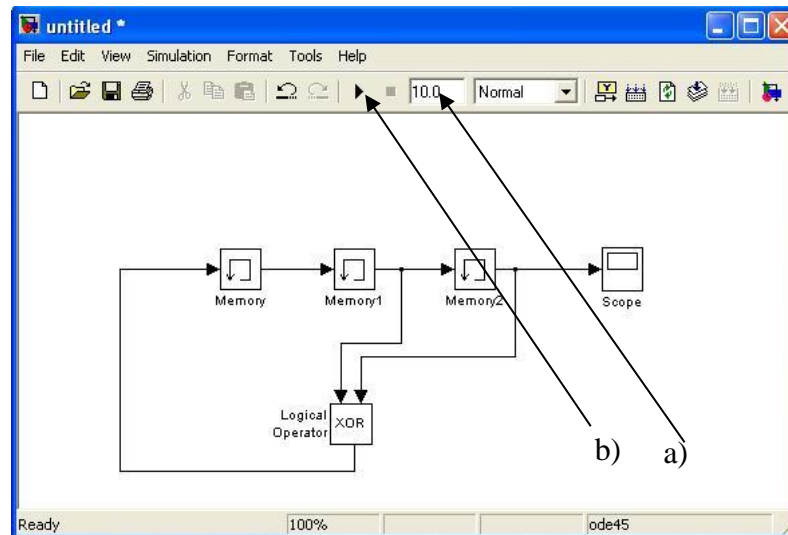


Рис. 4.13. Установка терміну виконання симуляції і запуск програми.

Для того щоб побачити отриману М-послідовність на екрані осцилографа, потрібно двічі клацнути лівою кнопкою "миші" на блоці Scope. У результаті роботи програми одержимо послідовність 1001011 (Рис.4.13 а).



Рис. 4.13а. Сигнал з виходу схеми рис. 4.13.

На осцилограмі вихідного сигналу видно два періоди М послідовності. Для цього випадку у конфігураційних параметрах симуляції встановлено: Max step

size - 1, термін виконання симуляції дорівнює двом періодам М-послідовності - 14.

Приклад 2

Розрахуємо і побудуємо АКФ отриманої М-послідовності. Розрахунок АКФ М-послідовності для дискретного випадку найпростіше проводити за алгоритмом, описаним у Лабораторній роботі №3, проводячи заміну нулів на -1 . Покажемо, як значення функції автокореляції визначити, як різницю між числом збігів А и розбіжностей D символів при посимвольному порівнянні одної або двох кодових послідовностей.

Циклічний зсув у даному випадку здійснюється таким чином. Якщо зсув відбувається вправо, то символи, що знаходяться наприкінці послідовності, переносяться в її початок. Розглянемо це на прикладі послідовності $a_0a_1a_2$.

Зсув на одну позицію: $a_2a_0a_1$

Зсув на дві позиції: $a_1a_2a_0$

Розрахуємо і побудуємо ПАКФ отриманої послідовності 1001011. Послідовність дій відображена у Табл. 4.3. Кореляційна функція цієї М-послідовності представлена на Рис. 4.14.

Табл.4.3

Значення зсуву	Послідовність	Число збігів А	Число розбіжностей D	Значення різниці
0	1001011	7	0	7
1	1100101	3	4	-1
2	1110010	3	4	-1
3	0111001	3	4	-1
4	1011100	3	4	-1
5	0101110	3	4	-1
6	0010111	3	4	-1

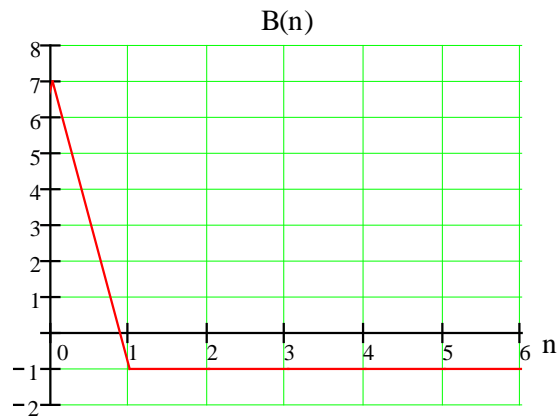


Рис. 4.14. ПАКФ М-послідовності - **1001011**

При розрахунках ПАКФ М-послідовності використовуючи *xcor(.)* вектори повинні бути відповідно доповнені.

Приклад 3

Змоделюємо цифровий автомат формування нелінійної послідовності. Схема автомату, для загального випадку, представлена на Рис. 4.2. Для заданого полінома (1011) цифровий автомат формування нелінійної послідовності буде мати вигляд представлений на Рис. 4.15, у якому інверсні символи отримуються за допомогою блоку NOT, що знаходиться в Commonly Used Blocks.

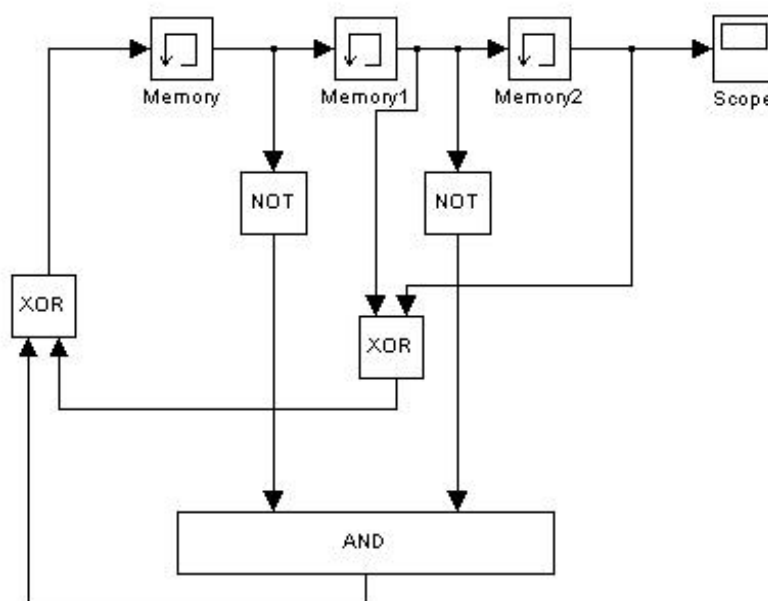


Рис. 4.15. Цифровий автомат формування нелінійної послідовності.

На Рис. 4.16 представлено осцилограму вихідного сигналу схеми (Рис. 4.15) при записаних у блоках пам'яті наступних значеннях - 001.

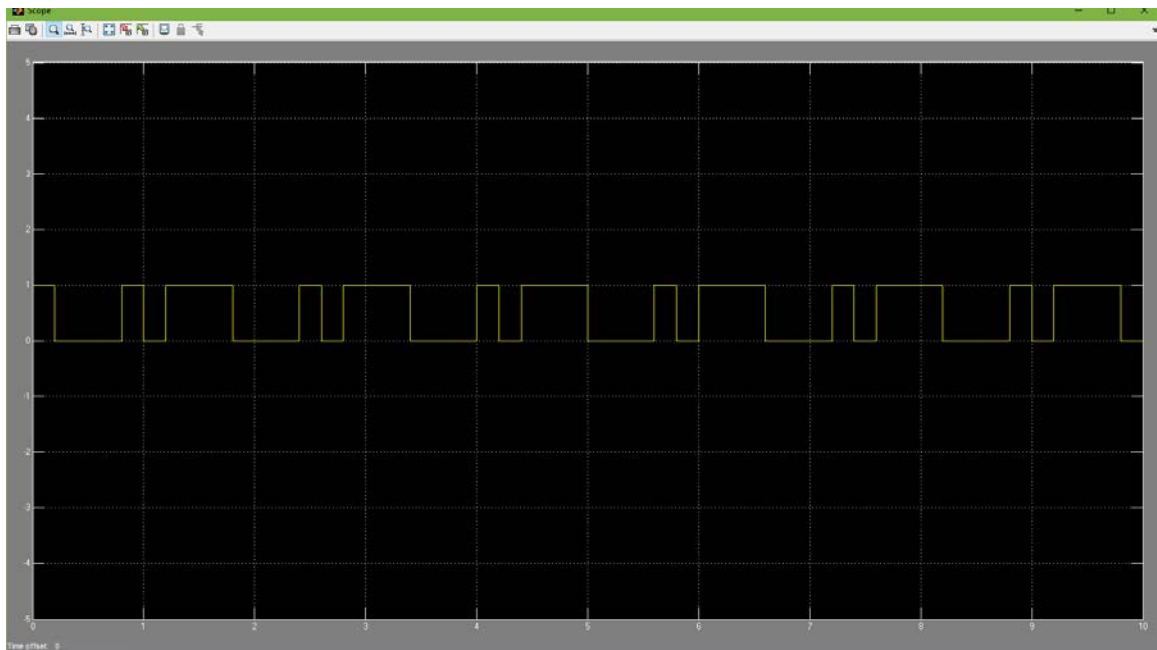


Рис. 4.16. Вихідний сигнал схеми формування нелінійної послідовностей при заповненні блоків пам'яті -001.

На Рис. 4. 17 представлено осцилограму вихідного сигналу схеми представленою на Рис. 4.15, при записаних у блоках пам'яті наступних значеннях - 000.

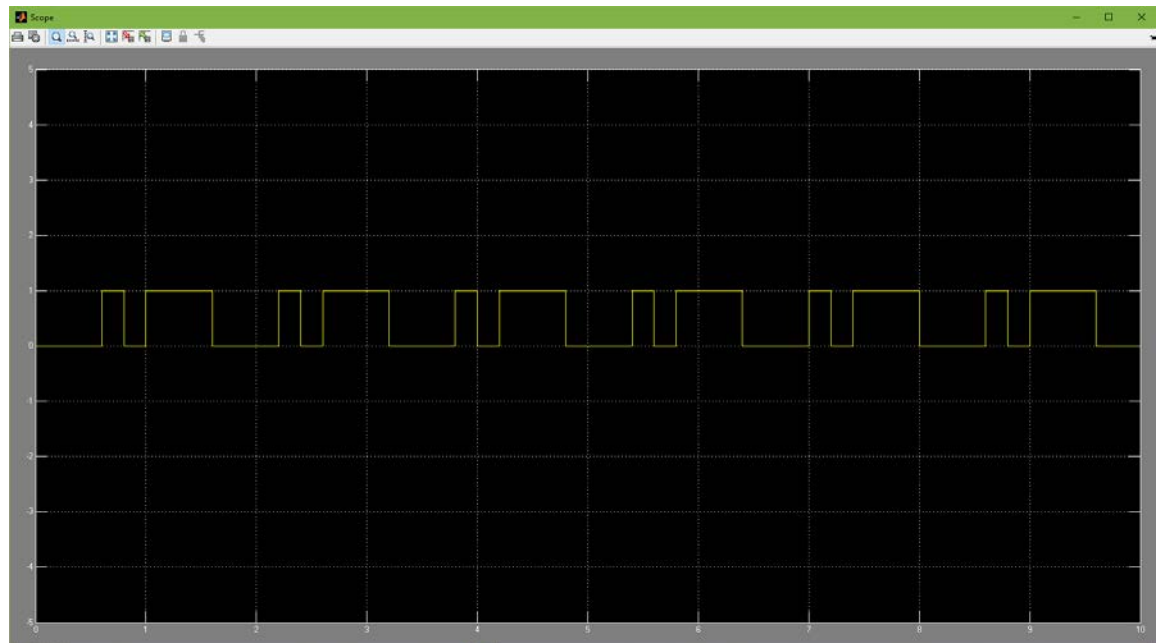


Рис. 4.17. Вихідний сигнал схеми формування нелінійної послідовностей при заповненні блоків пам'яті -000.

Для випадків заповнення блоків пам'яті -001, та 000, у конфігураційних параметрах симуляції встановлено: Max step size - auto, термін виконання симуляції - 10. Як видно з Рис. 4.16 та 4.17, період послідовностей дорівнює восьми.

На Рис. 4.18 представлено АКФ нелінійної послідовності, що сформована цифровим автоматом, представленим на Рис. 4.15 при заповненні блоків пам'яті -000.

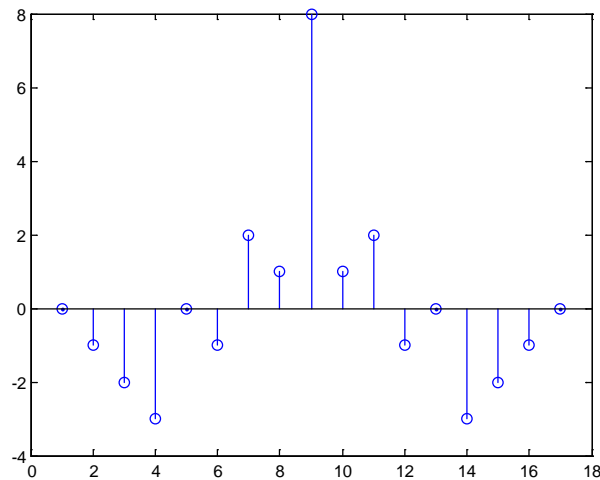


Рис. 4.18. АКФ нелінійної послідовності $\{-1,-1,-1,1,-1,1,1,1\}$

Для зчитування цифрових даних з виходів блоків пам'яті доповнимо схему блоками Data Type Conversion та To File. У Simulink\Signal Attributes, вибираємо блок Data Type Conversion, Рис. 4.19.

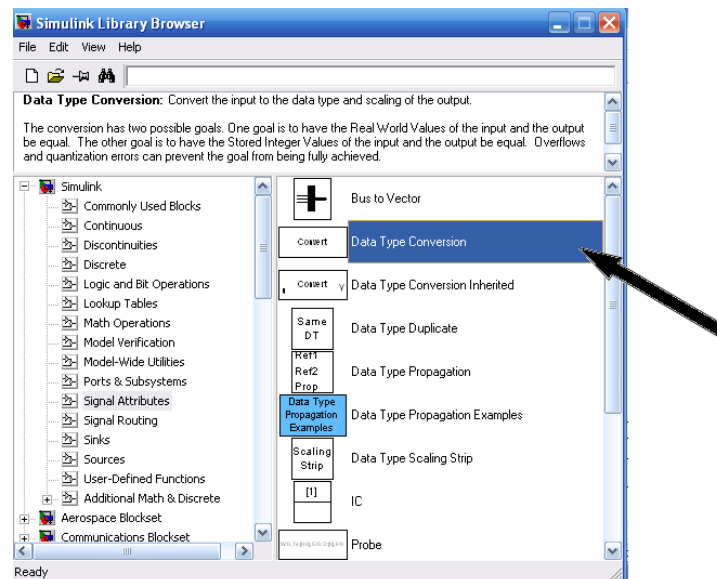


Рис. 4.19 Вибір блоку Data Type Conversion

Переносимо блок у схему, подану на Рис. 4.20.

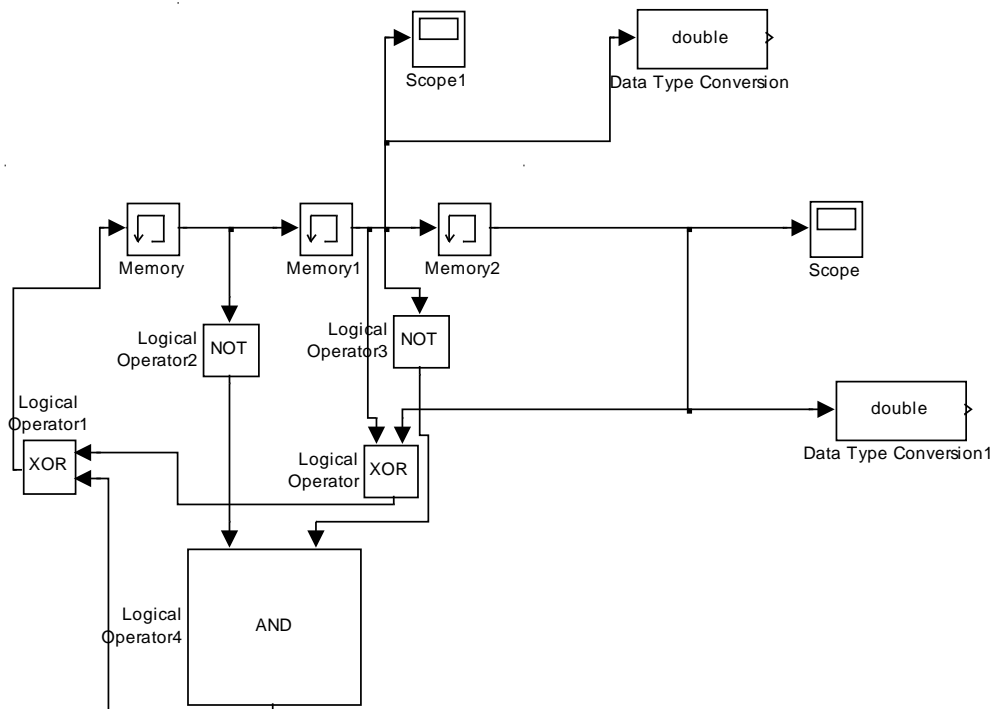


Рис. 4.20 Схема з двома блоками Data Type Conversion

Подвійним натисканням лівої кнопки миші, послідовно на кожному блоці Data Type Conversion, відкриваємо Function block parameters. У вікні (Рис. 4.21) встановлюємо **double** і змінюємо >> на << (OK).

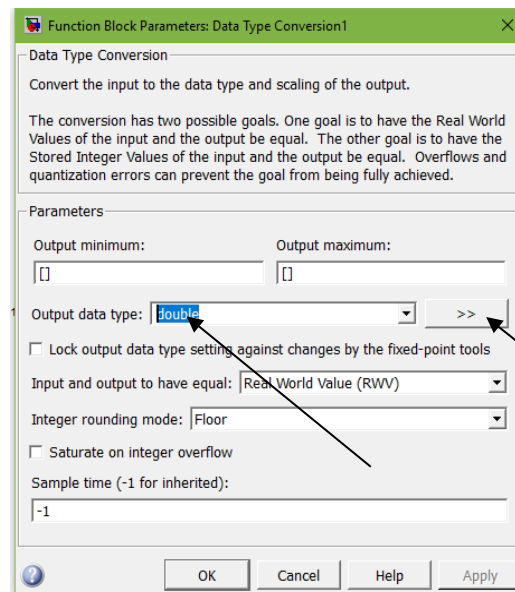


Рис. 4.21 Блок Function block parameters Data Type Conversion1

У новому вікні, Рис. 4.22 вибираємо Mode: Built in, double.

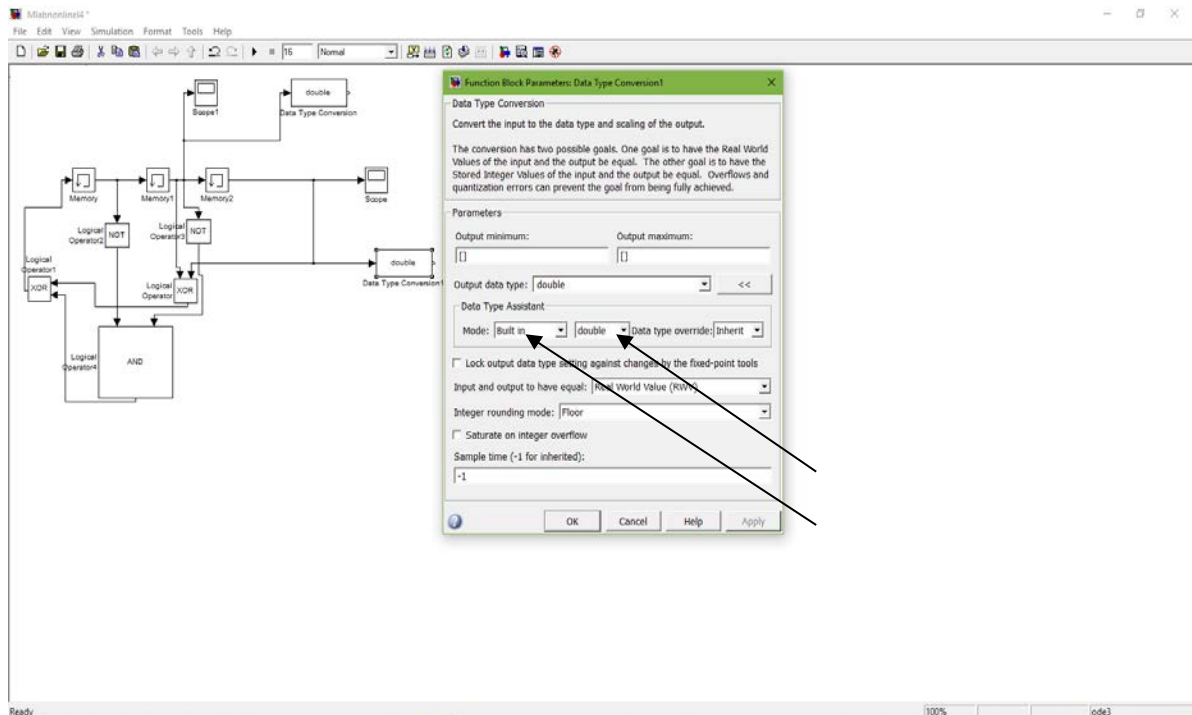


Рис. 4.22 Введення параметрів у блок Function block parameters Data Type Conversion1.

Аналогічно вводяться параметри у Блок Function block parameters Data Type Conversion.

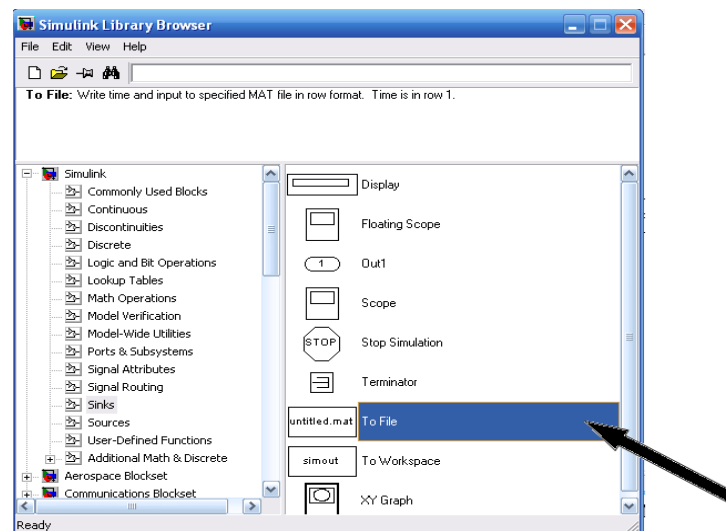


Рис. 4.22 Вибір блоку To File

Для введення блоку To File входимо у бібліотеку Simulink\Sinks, Рис. 4.23. Вносимо блоки у схему і проводимо перейменування блоків To File (подвійним натиском лівої кнопки миші), Рис. 4.23. Імена файлів будуть записані у блоках. Для відображення даних у Workspace змінимо ans на anstr та ansff, відповідно.

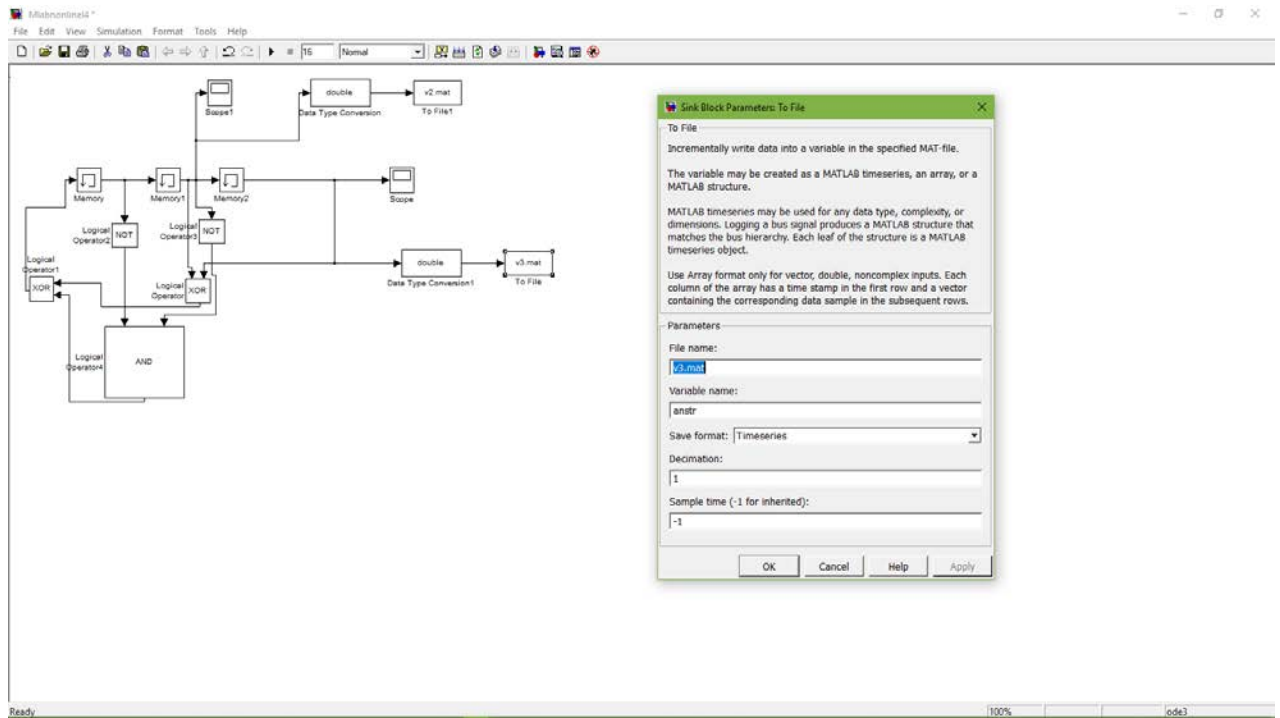


Рис. 4.23 Перейменування блоків To File

Файли з виходів блоків будуть записані у головному меню: Current Folder, рис. 4.24.

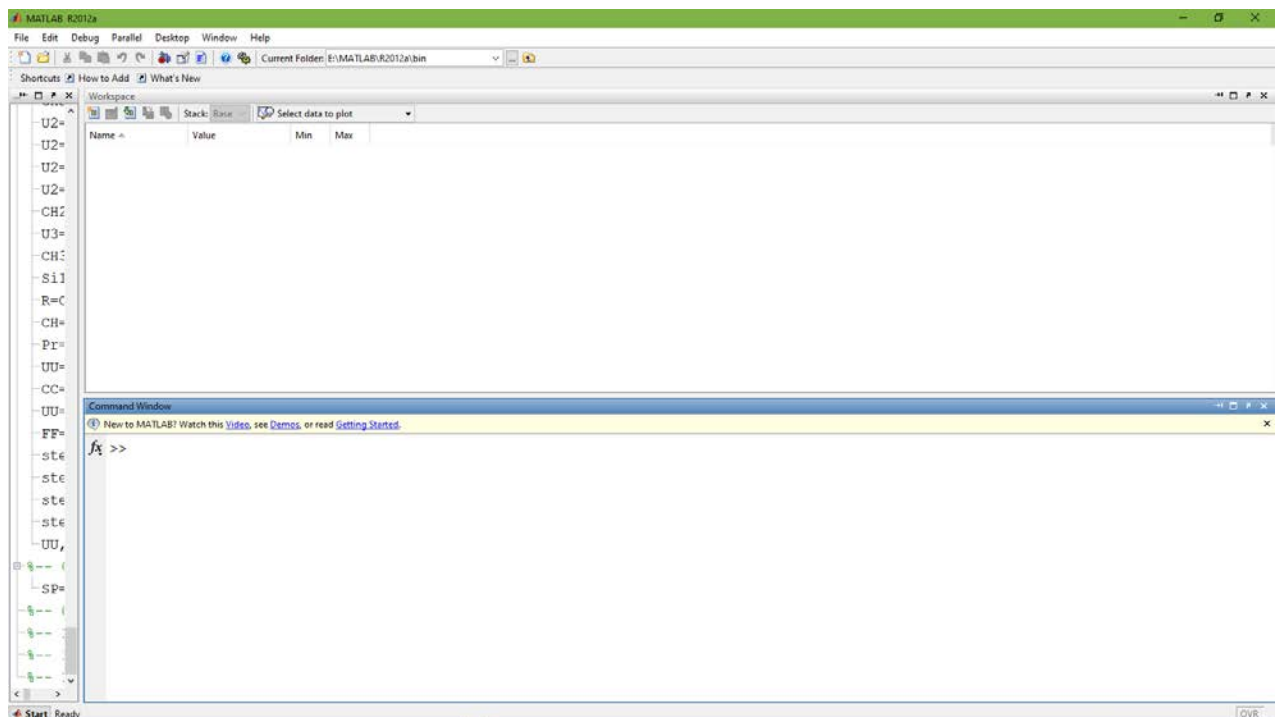


Рис. 4.24 Вибір фолдеру для запису цифрових даних.

Запускаємо роботу цифрового автомату. Для перегляду цифрових даних у Workspace відкриваємо файли v2 v3. Вони будуть відображені як anstr та ansff, рис. 4.25.

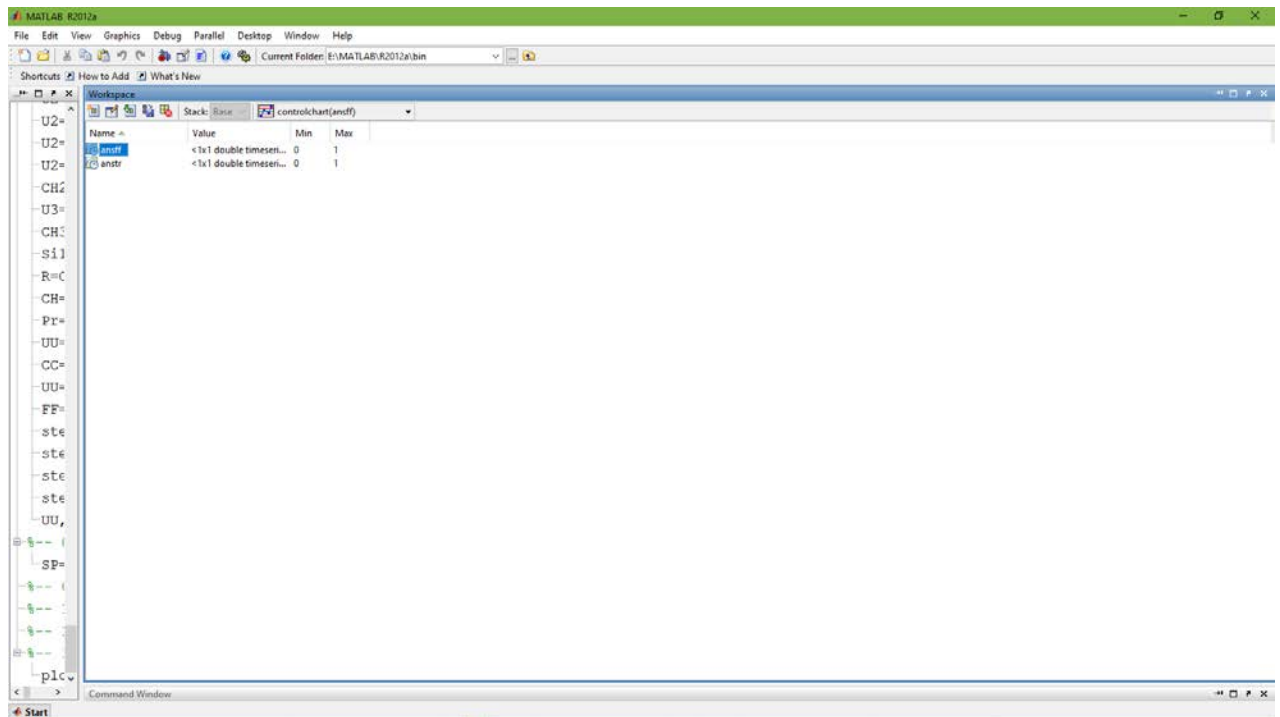


Рис. 4.25 Файли anstr та ansff у Workspace

Подвійним натиском лівої кнопки миші відкриємо файл ansff, Рис 4.26.

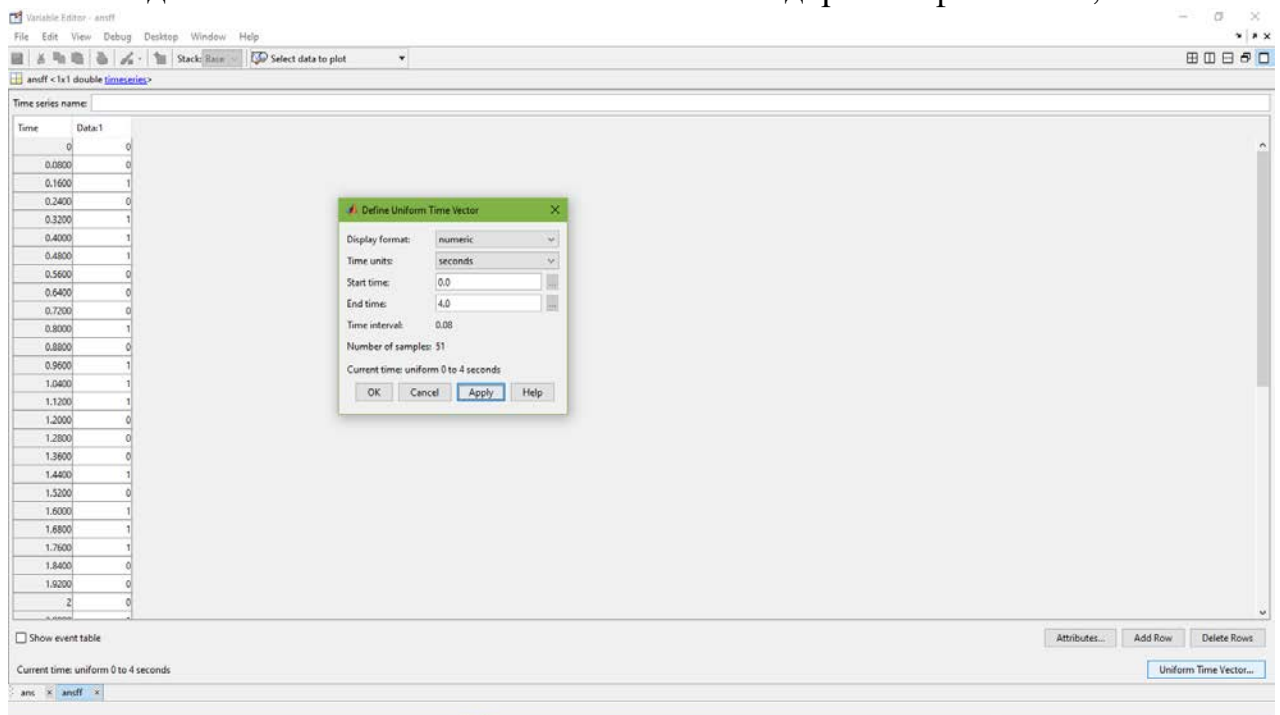


Рис. 4.26 Дані з виходу блоку To File v2.mat.

З Рис. 4.26 видно, що період послідовності дорівнює восьми. Ці дані можна використовувати для обробки сигналу у інших програмах.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №5

Узагальнена спектральна обробка адитивної суміші широкосмугового сигналу, білого шуму і сильних селективних завад двох видів

Мета роботи: *Вивчення алгоритму обробки суміші широкосмугового сигналу, шуму і селективних завад двох видів, засвоєння навичок роботи в середовищі Mathcad щодо практичного застосування узагальнених рядів Фур'є, Уолша і Хаара для відновлення переданого сигналу.*

Теоретичні відомості

У телекомунікаційних системах для боротьби із сильними завадами застосовуються різні методи, які засновані на використанні різноманітних схем вибірконості: частотної, часової і за формою сигналу. Використання стандартних підходів до обробки сигналів (обмеження, режекція) призводить до сильних спотворень сигналу.

На підставі взаємності лінійного представлення сигналів, у даній роботі, досліджуються узагальнені системи обробки сигналів у різних базисах і способи боротьби з потужними (що на порядок перевищують рівень сигналу), зосередженими за частотою і часом завадами, а також розглядається алгоритм поетапної спектральної обробки суміші широкосмугового сигналу з адитивними завадами різних типів.

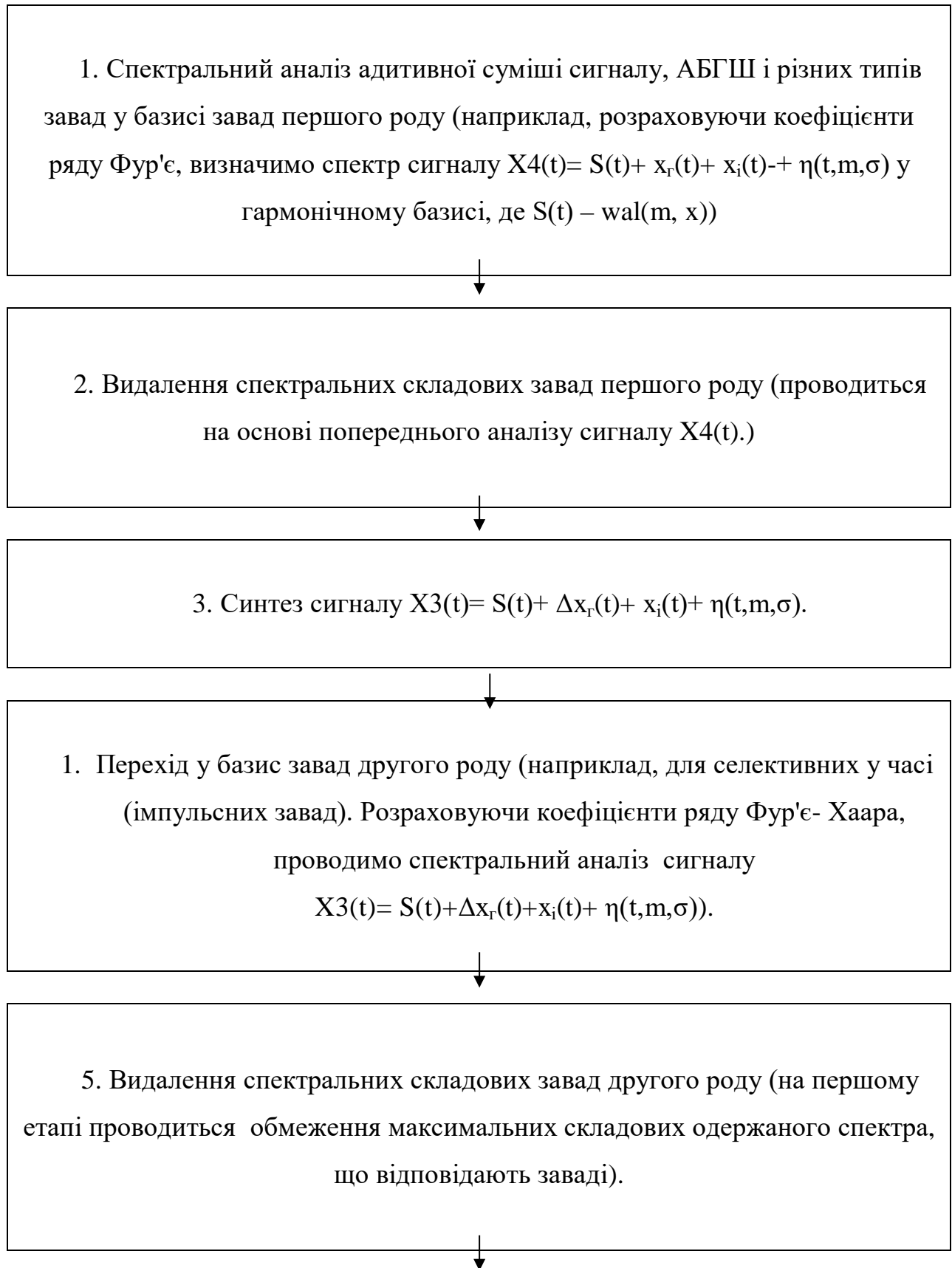
Розглянемо обробку суміші цифрового широкосмугового сигналу, шуму і завад:

$$X_4(t) = S(t) + x_r(t) + x_i(t) + \eta(t, m, \sigma),$$

де $S(t)$ – корисний сигнал (наприклад, представлений функцією Уолша або Радемахера), $x_r(t)$ – вузькосмугова (гармонічна) завада (у тому числі й синхронна), $x_i(t)$ – імпульсна завада, $\eta(t, m, \sigma)$ – білий шум.

Універсальний алгоритм узагальненої спектральної обробки широкосмугових сигналів, який приведений нижче, використаємо у припущенні мінімальних спотворень, викликаних мультиплікативними завадами. Прийнемо, що амплітуди селективних завад на порядок перевищують амплітуду корисного сигналу.

Алгоритм узагальненої спектральної обробки адитивної суміші сигналу, АБГШ і різних типів завад



6. Синтез сигналу $X_2(t) = S(t) + \Delta x_r(t) + \Delta x_i(t) + \eta(t, m, \sigma)$.



7. Перехід у власний базис сигналу. Спектральний аналіз сигналу $X_2(t) = S(t) + \Delta x_r(t) + \Delta x_i(t) + \eta(t, m, \sigma)$ у базисі функцій Уолша (розраховуючи коефіцієнти ряду Фур'є - Уолша).



8. Аналіз спектра у власному базисі сигналу і визначення $S(t)$.



9. Формування сигналу $S(t)$ (наприклад, через функції Радемахера).
Побудова графіку $S(t)$ і порівняння його з сигналом $X_2(t)$.

Домашнє завдання

1. Підготувати необхідні вирази для розрахунків по всіх етапам алгоритму обробки адитивної суміші широкосмугового сигналу і завад різних типів, використовуючи матеріал, викладений у роботах 1 і 2 (Узагальнений ряд Фур'є, - Хаара, Уолша). Так як файл для обробки адитивної суміші сигналу, АБГШ і різних типів завад, що видається студенту, сформований у програмному середовищі Mathcad, то усі вирази для розрахунків бажано підготувати для роботи у програмі Mathcad.
2. Провести моделювання адитивної суміші сигналу $wal(7+N, x)$, де N - номер варіанту студента, та гармонічної завади з довільною початковою фазою $5\sin(2\pi f_T t + \varphi)$ та різними частотами:
 - Частота завади f_T дорівнює частоті секвентності $f_T = f_s$.
 - Частота завади f_T кратна частоті гармоніки у базисі гармонічних функцій - $f_T = p f_n$ (де p ціле число).
 - Частота завади f_T не кратна частоті гармоніки у базисі гармонічних функцій.

На основі аналізу одержаних сигналів провести оцінку амплітуди, частоти та фази завади. Для всіх випадків побудувати спектри сигналів у базисі гармонічної завади і визначити шляхи видалення завад. Наприклад, для $f_T = f_s$ та $f_T = p f_n$ розглянути випадки коли у спектрі сигналу $X_4(t)$ амплітуда сигналу завади $A_T = 0$, $A_T = (A_{T+1} + A_{T-1})/2$ та зі спектру видаляється компонента, амплітуда і фаза якої визначені із аналізу адитивної суміші сигналу та завад. Якщо частота завади f_T не кратна частоті першої гармоніки спектру у базисі гармонічних функцій, то додатково визначити спектр цієї гармонічної завади і видалити ці компоненти спектру при синтезі сигналу $X_3(t)$. Для всіх випадків побудувати графіки спектрів та сигналів.
3. Провести моделювання адитивної суміші сигналу $wal(7+N, x)$, де N - номер варіанту студента, та однополярної та двополярної синхронної імпульсної завади (завада формується одночасно с вибраним елементом коду) амплітудою 5 та тривалістю, кратній тривалості чіпу. На основі аналізу одержаної адитивної суміші провести оцінку амплітуди, тривалості завади та час її появи на нормованій осі часу. Для всіх випадків побудувати спектри сигналів у базисі функцій Хаара $\backslash blo(.)$ і визначити шляхи видалення завад. У загальному випадку для видалення імпульсної завади визначити її спектр у базисі функцій Хаара. При синтезі сигналу $X_2(t)$ взяти різницю суми компонент спектру сигналу с імпульсною завадою (який досліджується) та розрахованих компонент спектру заданої завади. Для всіх випадків побудувати графіки спектрів та сигналів.
4. Для п.2, розглянути особливості для випадків синхронних та несинхронних завад а для п.3 випадок тривалості завади не кратній тривалості чіпів.
5. Продумати підходи до оптимізації процесу видалення завад різних видів. Записати умови фільтрації сигналу в спектральній області (у власному базисі сигналу).

Порядок виконання роботи

1. Суміш корисного сигналу з адитивними завадами буде зашифрована і видана студенту викладачем в електронному виді. Номер цього сигналу відповідає номеру індивідуального варіанту роботи студента.
2. Застосувати алгоритм узагальненої спектральної обробки для визначення сигналу.
3. Кожний етап обробки повинен бути оформлений наступним чином:
 - a. вид вхідного сигналу та його аналіз;
 - b. вирази для аналізу та синтезу (прямі та зворотні перетворення у вибраному базисі функцій та норма базисної функції, якщо необхідна), лістинги програм;
 - c. критерії видалення завад різних видів;
 - d. графіки вихідних сигналів, їх спектрів та синтезованих сигналів.
4. Написати висновки по роботі.

У результаті виконання лабораторної роботи студент представляє викладачу дані по обробці сигналу на кожному етапі і вид переданого по каналі зв'язку з завадами вихідного сигналу $S(t)$ і номер переданої функції Уолша.

Контрольні запитання

1. У якому порядку доцільно проводити обробку сигналу з адитивними завадами?
2. Як можна зменшити час розрахунків, використовуючи алгоритм обробки суміші широкосмугового сигналу, шуму і селективних завад двох видів?
3. Скільки узагальнених перетворень Фур'є необхідно реалізувати при наявності завад різних видів?
4. Які базиси доцільно використовувати при наявності імпульсних завад?
5. Чи залежить вибір базисної функції від виду імпульсних завад (наприклад, уніполярні, біполярні)?
6. Як буде змінюватися амплітудний спектр сигналу від затримки імпульсної завади стосовно початку сигналу у базисах функцій:
 - Уолша,
 - Хаара,
 - гармонічних функцій?
7. Які відмінності з'являються в спектрах сигналу з адитивними завадами і білим шумом, у порівнянні зі спектрами сигналу з адитивними завадами і "пофарбованим" шумом, в базисах функцій:
 - Уолша,
 - Хаара,
 - гармонічних функцій?
8. Сформулюйте критерії видалення (обмеження завад), у базисах функцій:
 - Уолша,
 - Хаара,
 - гармонічних функцій?
9. Чому найбільш складними при обробці цифрового сигналу при дії гармонічних завад є випадки синхронної гармонічної завади та коли частота завади f_T не кратна частоті гармоніки спектру у базисі гармонічних функцій?
10. Які труднощі виникають при видаленні імпульсної завади при використанні спектральної обробки суміші сигналу і завади у базисі гармонічних функцій?
11. Як зміниться ширина спектра адитивної суміші - сигналу та імпульсної завади в базисі гармонічних функцій при зміні тривалості (збільшенні, зменшенні) імпульсної завади?
12. Сформулюйте основні властивості використовуваних базисних функцій.

Приклад виконання розділів лабораторної роботи

Розглянемо сигнал $X_4(x)$ (представлений на Рис. 5.1, який студент одержує від викладача в електронній формі) - корисний сигнал з адитивними завадами і білим шумом і проведемо його обробку. У якості корисного сигналу вибрана функція – $\text{wal}(m, x)$.

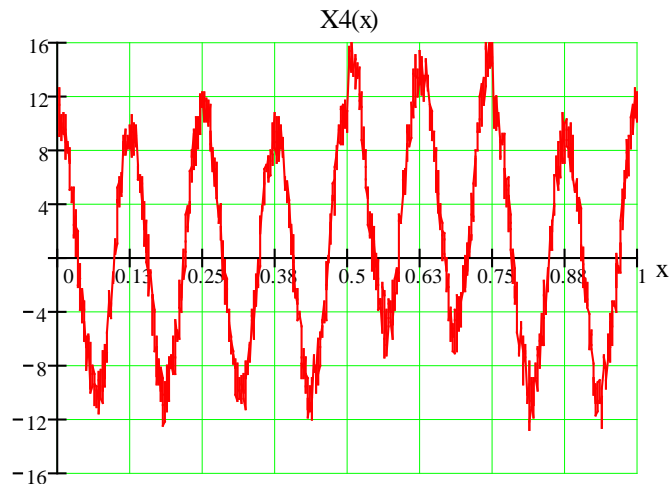


Рис.5.1. Заданий сигнал $X_4(x)$

На першому етапі проведемо аналіз сигналу $X_4(x)$. По виду сигналу, представленою на Рис. 5.1, можемо провести оцінку параметрів завад. Як видно з Рис. 5.1, нормована частота гармонічної завади $f_r=8$, її амплітуда приблизно дорівнює десяти, а початкова фаза косинусоїдного сигналу завади дорівнює нулю; імпульсна завада/завади, найбільш ймовірно, однополярна, максимальною амплітудою, що приблизно дорівнює шести, має тривалість 0,25 і виникає при $x=0,5$. Ці данні дозволять сформувати вектор початкових наближень при подальшому процесі видалення завад. Для спрощення аналізу рекомендуємо використовувати маркери та *trace*.

У відповідності до узагальненого алгоритму проведемо спектральний аналіз адитивної суміші сигналу, АБГШ і різних типів завад у базисі завад першого роду. На основі розрахунків коефіцієнтів ряду Фур'є визначимо спектр сигналу $X_4(t)$:

$$\begin{aligned}
 n &:= 1..100 \\
 A_0 &:= \int_0^1 X4(x) \, dx \\
 a_n &:= 2 \int_0^1 X4(x) \cdot \cos(2\pi \cdot n \cdot x) \, dx \\
 b_n &:= 2 \int_0^1 X4(x) \cdot \sin(2\pi \cdot n \cdot x) \, dx \\
 A_n &:= \sqrt{(a_n)^2 + (b_n)^2} \\
 \psi_n &:= \begin{cases} \left(-\operatorname{atan}\left(\frac{b_n}{a_n}\right) \right) & \text{if } a_n > 0 \\ \left(\frac{-\pi \cdot \operatorname{sign}(b_n)}{2} \right) & \text{if } a_n = 0 \\ \left(\pi - \operatorname{atan}\left(\frac{b_n}{a_n}\right) \right) & \text{if } a_n < 0 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Примітка. У загальному випадку, при великих значеннях дисперсії шуму, при розрахунку спектру у Mathcad представленим способом потрібно встановити більше значення допуску збіжності (TOL), наприклад 0.1 - 0.2. Знайти його можна, вибравши закладку Математика -> Параметри.

Зверніть увагу, щоб для випадку, коли амплітуди гармонік спектру дорівнюють нулю, відповідні їм фази були також нульові.

Спектр заданого сигналу $X4(x)$ у гармонічному базисі представлений на Рис.5.2.

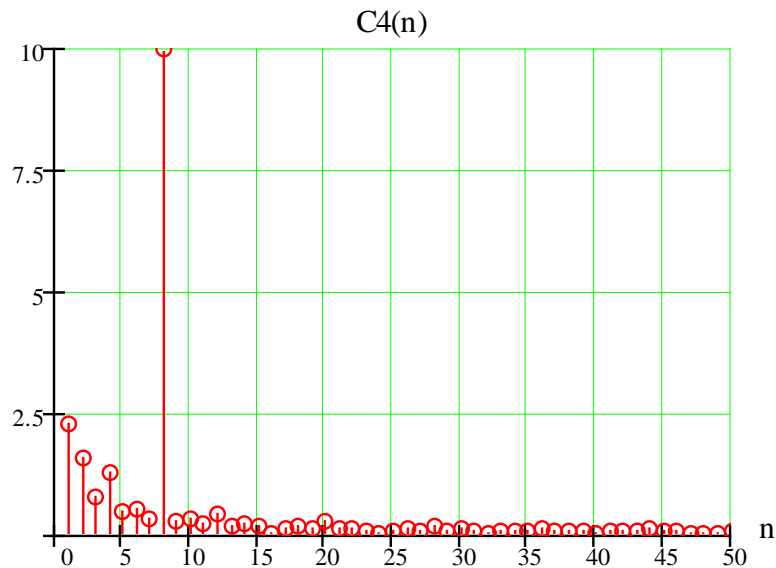


Рис. 5.2. Спектр заданого сигналу $X4(x)$ у гармонічному базисі

Як відомо, спектр синусоїдного сигналу у базисі Фур'є, для випадку, коли частота завади f_f кратна частоті гармоніки сигналу, містить тільки одну спектральну складову в області додатних частот. Аналіз розрахованого спектру сигналу (Рис. 5.2) дозволяє зробити висновок про те, що гармонічній заваді відповідає восьма гармоніка з амплітудою $A_n=10$, а секвентність сигналу

орієнтовно дорівнює чотирьом, що дає змогу припустити, що $S(t) = \{sal(4, x)$ або $cal(4, x)\}$.

У загальному випадку, найбільша амплітуда гармоніки спектру дорівнює сумі амплітуд спектральних складових завад, сигналу та шуму. Найбільш складними є випадки, коли частота завади f_r не кратна частоті гармоніки сигналу та випадок синхронної завади. Тоді, для усунення гармонічної завади необхідно, використати результати аналізу, проведеного при виконанні домашнього завдання по роботі або один з алгоритмів видалення, який розглянутий у методичних вказівках до курсової роботи з дисципліни “ШИРОКОСМУГОВІ СИГНАЛИ В СИСТЕМАХ ТЕХНІЧНОГО ЗАХИСТУ ІНФОРМАЦІЇ”.

Аналіз сигналу $X_4(x)$ та його спектра дає можливість припустити, що для цього сигналу спектральна складова сигналу що досліджується, на цій частоті є близькою до нуля. Тоді, у нульовому наближенні амплітуду восьмої гармоніки прирівнюємо до нуля і синтезуємо сигнал $X_3(x)$. *(Треба взяти до уваги, що спектральні компоненти корисного сигналу та імпульсної завади у базисі гармонічних функцій можуть мати досить суттєві значення на частоті гармонічної завади. Тому приведення до нуля спектральної компоненти спектру на частоті гармонічної завади може привести до спотворень сигналу. Крім того необхідно враховувати фазу гармонічної завади. Обмеження: спектральну компоненту шуму на частоті гармонічної завади ми не враховуємо).*

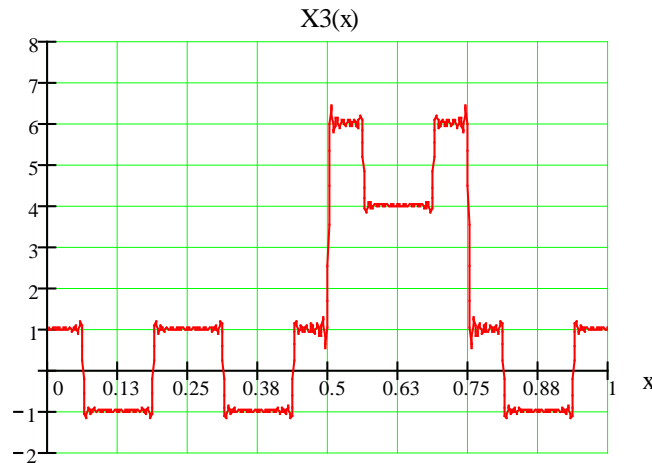
$$X_{31}(x) := \sum_{n=1}^7 A_n \cdot \cos(2\pi \cdot n \cdot x + \psi_n)$$

$$X_{32}(x) := \Delta t \cdot \cos(2\pi \cdot 8 \cdot x + \psi_8)$$

$$X_{33}(x) := \sum_{n=9}^{100} A_n \cdot \cos(2\pi \cdot n \cdot x + \psi_n)$$

$$X_3(x) := X_{31}(x) + X_{32}(x) + X_{33}(x) + c_0$$

Отриманий сигнал $X_3(x)$ представлений на Рис. 5.3.

Рис.5.3. Сигнал $X3(x)$

Вид синтезованого сигналу підтверджує, що у спектрі $S4(n)$ восьма гармоніка спектру сигналу, що досліджується, у гармонічному базисі, близька до нуля. Крім того, видно, що за умови врахування при синтезі сигналу обмеженого числа гармонік ($n = 100$), знизився рівень шуму і стало явно видно прояви ефекту Гіббса. Проведені на першому етапі оцінки параметрів імпульсної завади (амплітуда, тривалість і час появи) підтвердилися. В результаті аналізу полярності чіпів сигналу можемо припустити, що $S(t) = \text{cal}(4, x)$.

У загальному випадку використання ДПФ сигнал $X33(x)$ можна одержати наступним чином:

$$X33(x) = C_0 + 2 \sum_{n=1}^{\frac{N}{2}-1} |C_n| \cos(n2\pi x + \varphi_n) + |C_{\frac{N}{2}}| \cos(N\pi x + \varphi_{\frac{N}{2}}) - X_r(x) \quad (5.1)$$

Де для випадків $f_r = f_s$ та $f_r = pf_n$, $X_r(x) = A_r \cos(n_r 2\pi x + \varphi_{n_r})$, а A_r амплітуда, φ_{n_r} фаза гармонічної завади частотою $\omega_r = n_r 2\pi x$, наближені оцінки яких одержані в результаті аналізу заданого сигналу $X4(x)$ (див. Рис 5.1 на початку Прикладу виконання розділів лабораторної роботи.). Для випадку коли частота завади f_r не кратна частоті гармоніки спектру у базисі гармонічних функцій $X_r(x)$ визначається як сума гармонік спектру гармонічної завади.

На наступному етапі обробки сигналу перейдемо у власний базис завади другого виду, тобто імпульсної завади. У загальному випадку необхідно використовувати базис функцій Хаара. У першому наближенні можна провести

розклад сигналу у базисі функцій $\text{blo}(x)$. Необхідно пам'ятати, що у системі базисних функцій $\text{blo}(x)$ відсутня постійна складова.

Для прикладу, проведемо обробку сигналу $X3(x)$ у базисі прямокутних імпульсів. Аналіз сигналу $X3(x)$ показує, що тривалість чіпу складає $\frac{1}{16}$, а тривалість завади кратна тривалості чіпу, тому ми можемо обмежитися системою із 16-ти функцій $\text{blo}(x)$. Відзначимо, що необхідно провести нормування базисних функцій. Для переходу до ортонормованої системи функцій знаходимо норму $\|v_i\|$ для базисної функції $\text{blo}(x)$ ($\text{rect}_i(\frac{t-t_i}{\tau_u})$).

$$\|v_i\| = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^{\tau} \text{rect}_i^2(t/\tau_u) dt}.$$

$$\text{Оскільки } \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_{16}, \text{ то } \|v_1\| = \|v_2\| = \dots = \|v_{16}\| \text{ і } \|v_i\| = \sqrt{\int_0^{1/16} dt} = \frac{1}{4}.$$

Для зручності програмування, при розрахунках спектра сигналу у базисі $\text{blo}(x)$, виразимо наші базисні функції та коефіцієнти розкладу сигналу у вигляді

$$\text{imp}(x) := \Phi(x - 0.0625p) - \Phi[x - (0.0625p + 0.0625)]$$

$$\text{coef}_p := 16 \int_0^1 X3(x) \cdot \text{imp}(x) dx$$

Спектр сигналу $X3(x)$ у системі базисних функцій $\text{blo}(x)$ представлений на Рис. 5.4.

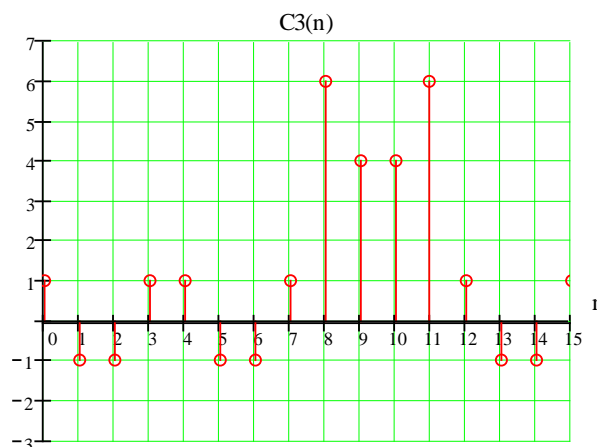


Рис.5.4. Спектр сигналу $X3(x)$ у базисі $\text{blo}(x)$.

Як видно з Рис. 5.4 на загальному фоні різко виділяються 8, 9, 10 та 11-та гармоніки. Можливі різні варіанти їхнього обмеження. Наприклад, враховуючи властивості корисного сигналу, функцій Уолша, задаємо значення амплітуд гармонік $A_8 - A_{11}$ рівними одиниці. Після чого синтезуємо сигнал $X_{21}(x)$, що представлений на Рис.5.5, взявши суму 16 гармонік.

$$X_2(x) := \sum_{p=0}^{15} \text{coef}_p \cdot \text{imp}(x) \quad .$$

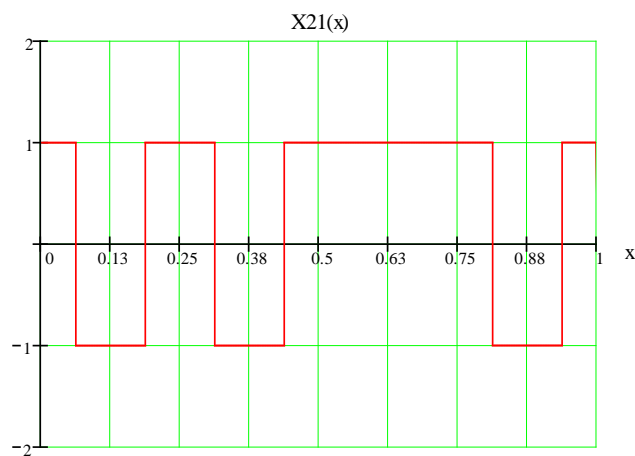


Рис.5.5. Сигнал $X_{21}(x)$

Варіант, коли амплітуди гармонік A_8, A_9, A_{10}, A_{11} прирівняні до нуля, представлений на Рис. 5.6.

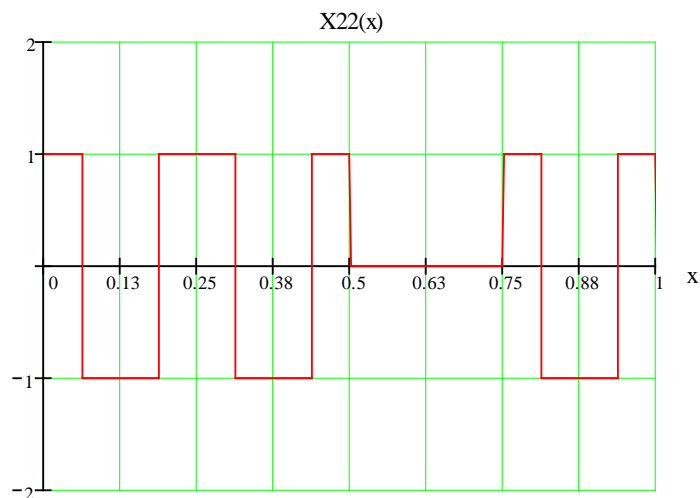


Рис.5.6. Сигнал $X_{22}(x)$

З представлених на Рис. 5.5 і Рис. 5.6. результатів видно, що перший варіант більш вірогідний, оскільки вхідний сигнал має амплітуди тільки $+1$, та -1 .

Також значення амплітуд гармонік може бути уточнене в результаті аналізу виду сигналу $X3(x)$, Рис. 5.3

Для остаточного відновлення сигналу перейдемо у власний базис сигналу, для чого використовуємо пряме перетворення Уолша. Отриманий спектр сигналу $X21(x)$ представлений на Рис.5.7, а сигналу $X22(x)$ - на Рис.5.8.

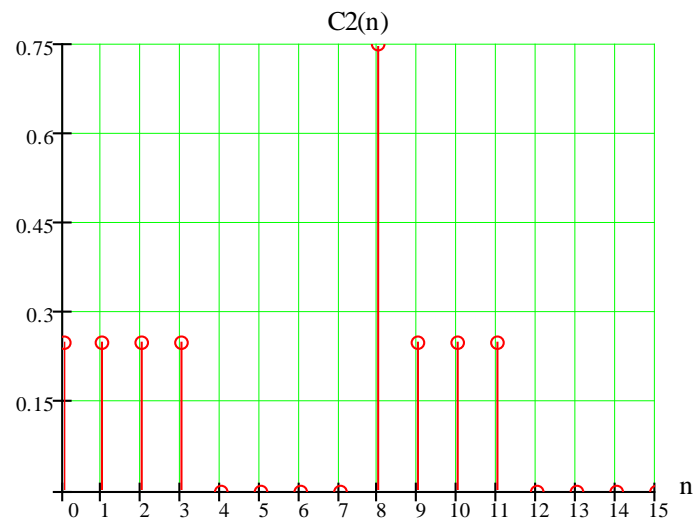


Рис.5.7. Спектр сигналу $X21(x)$ у базисі функцій Уолша

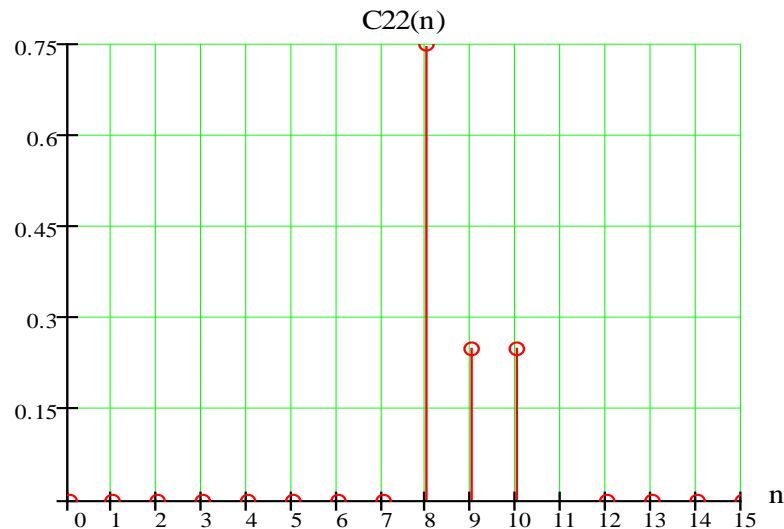
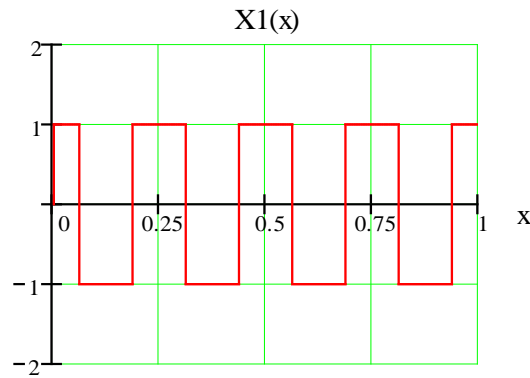


Рис.5.8. Спектр сигналу $X22(x)$ у базисі функцій Уолша

Як видно з обох рисунків максимальну амплітуду має 8-а складова, що дозволяє зробити висновок, що вихідним сигналом є $wal(8, x)$. Відновлений сигнал $X1(x)$ представлений на Рис. 5.9.

Рис. 5.9. Відновлений сигнал $X1(x)$

Розглянемо послідовність обробки сигналу у базисі функцій Хаара. При розрахунках коефіцієнтів узагальненого ряду Фур'є - Хаара, необхідно врахувати рекомендації, що були зазначені у лабораторній роботі №1, а саме $r = 0, m = 0, 1; r = 1, m = 1, 2; r = 2, m = 1, 2, 3, 4$. та перенумерувати субіндекси коефіцієнтів ряду C_p .

Спектр сигналу $S3(x)$ у базисі нормованих неперервних функцій Хаара зручно представити у наступному вигляді:

$$n = 0 \dots 31$$

$$har(n, x) = \begin{cases} har(0,0,x) & \text{if } n = 0 \\ har(0,1,x) & \text{if } n = 1 \\ har(1,1,x) & \text{if } n = 2 \\ har(2,1,x) & \text{if } n = 3 \\ har(2,2,x) & \text{if } n = 4 \\ \dots & \dots \end{cases}$$

$$c_n = \int_0^1 S_3(x) \cdot har(n, x) dx$$

Визначення коефіцієнтів розкладу для узагальненого ряду Фур'є - Хаара у базисі ортонормованих неперервних функцій Хаара були детально вивчені у роботі №1. Тому розрахунки коефіцієнтів ряду проведемо, використовуючи дискретні функції Хаара.

Видалення імпульсної завади проведемо у програмному середовищі Matlab, використовуючи дискретні функції Хаара для сигналу Рис. 5.3, що заданий відліками $U=[1;-1;-1;1;1;-1;-1;1;1;6;4;6;1;-1;-1;1]$.

Сформуємо матрицю перетворень для шістнадцяти нормованих дискретних функцій Хаара Н16:

Н16 =

Columns 1 through 13

	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	
1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000					
	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	-
1.0000	-1.0000	-1.0000	-1.0000	-1.0000					
	1.4142	1.4142	1.4142	1.4142	-1.4142	-1.4142	-1.4142	-1.4142	
0	0	0	0	0					
	0	0	0	0	0	0	0	0	
1.4142	1.4142	1.4142	1.4142	-1.4142					
	2.0000	2.0000	-2.0000	-2.0000	0	0	0	0	
0	0	0	0	0					
	0	0	0	0	2.0000	2.0000	-2.0000	-2.0000	
0	0	0	0	0					
	0	0	0	0	0	0	0	0	
2.0000	2.0000	-2.0000	-2.0000	0					
	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	2.0000					
	2.2884	-2.2884	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0					
	0	0	2.2884	-2.2884	0	0	0	0	
0	0	0	0	0					
	0	0	0	0	2.2884	-2.2884	0	0	
0	0	0	0	0					
	0	0	0	0	0	0	2.2884	-2.2884	
0	0	0	0	0					
	0	0	0	0	0	0	0	0	
2.2884	-2.2884	0	0	0					
	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	2.2884	-2.2884	0					
	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	2.2884					
	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0					

Columns 14 through 16

1.0000	1.0000	1.0000
-1.0000	-1.0000	-1.0000


```

      0      0      0
-1.4142 -1.4142 -1.4142
      0      0      0
      0      0      0
      0      0      0
2.0000 -2.0000 -2.0000
      0      0      0
      0      0      0
      0      0      0
      0      0      0
      0      0      0
      0      0      0
-2.2884      0      0
      0 2.2884 -2.2884

```

При формуванні матриці рекомендуємо використовувати блочні матриці і заповнювати їх, скориставшись індексацією. Необхідно брати до уваги, що нумерація рядків та стовпчиків у програмі починається з одиниці, тому у нумерації дискретних функцій Хаара через номери рядків буде зсув на одиницю.

Для визначення спектральних амплітуд у базисі функцій Хаара необхідно одержати обернену матрицю $H16^{-1}$.

Обернена матриця $H16^{-1}$ -(inv(H16)):

inv(H16)

ans =

Columns 1 through 13

```

      0.0625  0.0625  0.0884      0  0.1250      0      0      0  0.2185
0      0      0      0
      0.0625  0.0625  0.0884      0  0.1250      0      0      0 -0.2185
0      0      0      0
      0.0625  0.0625  0.0884      0 -0.1250      0      0      0 -0.0000
0.2185  0      0      0
      0.0625  0.0625  0.0884      0 -0.1250      0      0      0 -0.0000 -
0.2185  0      0      0
      0.0625  0.0625 -0.0884      0      0  0.1250      0      0  0.0000
0  0.2185  0      0
      0.0625  0.0625 -0.0884      0      0  0.1250      0      0  0.0000
0 -0.2185  0      0

```

	0.0625	0.0625	-0.0884	0	0	-0.1250	0	0	0.0000
0	0	0.2185	0						
	0.0625	0.0625	-0.0884	0	0	-0.1250	0	0	0.0000
0	0	-0.2185	0						
	0.0625	-0.0625	0	0.0884	0	0	0.1250	0	0
0	0	0	0.2185						
	0.0625	-0.0625	0	0.0884	0	0	0.1250	0	0
0	0	0	-0.2185						
	0.0625	-0.0625	0	0.0884	0	0	-0.1250	0	0
0	0	0	-0.0000						
	0.0625	-0.0625	0	0.0884	0	0	-0.1250	0	0
0	0	0	-0.0000						
	0.0625	-0.0625	0	-0.0884	0	0	0	0.1250	0
0	0	0	0.0000						
	0.0625	-0.0625	0	-0.0884	0	0	0	0.1250	0
0	0	0	0.0000						
	0.0625	-0.0625	0	-0.0884	0	0	0	-0.1250	0
0	0	0	0.0000						
	0.0625	-0.0625	0	-0.0884	0	0	0	-0.1250	0
0	0	0	0.0000						

Columns 14 through 16

0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0.2185	0	0
-0.2185	0	0
0	0.2185	0
0	-0.2185	0
0	0	0.2185
0	0	-0.2185

Визначимо амплітуди S16 спектру у базисі нормованих дискретних функцій Хаара:

H11=inv(H16);

>> S16=H11*U

S16 =

0.2551
 -0.1819
 1.0976
 -1.5243
 0.8374
 -0.9106
 1.5243
 -1.0976
 0.3069
 -0.1301
 0.1199
 0.5569
 -0.0569
 0.3801
 0.1301
 -0.3069

Спектр сигналу у базисі функцій Хаара представлено на Рис. 5.10.

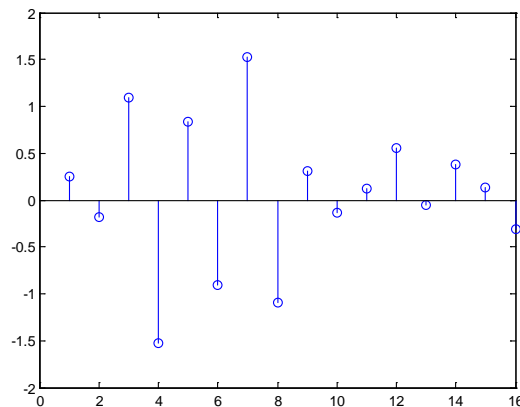


Рис. 5.10. Спектр сигналу у базисі функцій Хаара.

На основі результатів аналізу вхідного сигналу і властивостей функцій Уолша, проведемо обмеження вибраних амплітуд спектру.

У першому наближенні, після проведення обмеження максимальних амплітуд та округлення результатів, представимо вектор амплітуд у вигляді:
 $CC = [0.25; -0.18; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0.3; -0.3; 0.12; 0.55; -0.057; 0.38; 0.13; -0.31]$.

Використовуючи загальний вираз для розрахунку значень відліків сигналу $UU = H_{16} * CC$, одержимо наступні значення:.

$UU =$
 0.8830
 -0.7430
 0.0990
 0.7453

0.1400
 0
 -1.3400
 1.0060
 0.9840
 0
 0
 0
 1.3730
 -0.9840
 -1.0000
 1.0069

Для переходу у базис функцій Уолша в упорядкуванні Уолша, спочатку використаємо вбудовані у програмі Matlab функції Уолша в упорядкуванні Адамара. Матриця перетворень для 16-ти функцій Адамара має вигляд:

Ha16=hadamard(16)

Ha16 =

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1
1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1
1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1
1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1
1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1
1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1
1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1
1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1
1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1
1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1
1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1
1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1
1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1
1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1

Для розрахунку спектру у базисі функцій Адамара, обернену матрицю (в силу її симетрії) виразимо через матрицю перетворень Ha16. Тоді амплітуди FF спектру дискретного сигналу UU у базисі функцій Адамара приймають значення:

FF=Ha16*UU/16

FF =

0.1356
 0.0067
 0.0710
 0.6316
 0.1104
 0.2387
 -0.0360
 -0.2246
 -0.0369
 -0.1600
 -0.0998
 -0.0369
 0.0369
 0.1595
 -0.1113
 0.1979

Спектр сигналу у базисі функцій Адамара представлено на Рис. 5.11

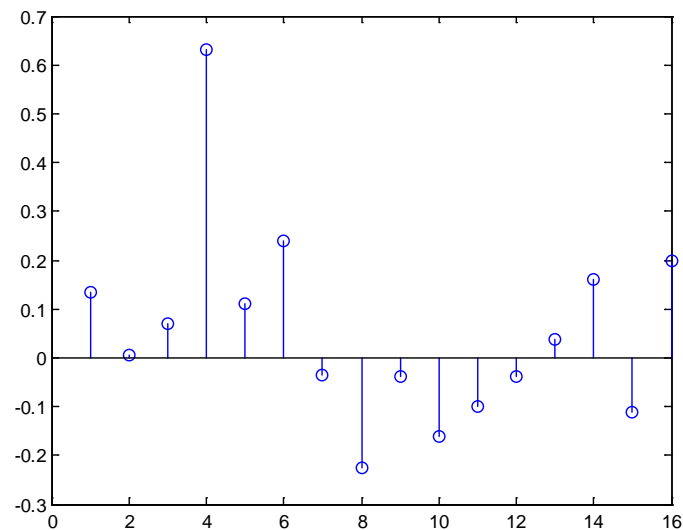


Рис. 5.11. Спектр сигналу у базисі функцій Адамара.

Як видно з Рис 5.11, максимальною гармонікою є четверта, яка відповідає дискретній функції $\text{Had}(3,k)$ (нагадуємо, що у програмному середовищі Matlab відлік рядків починається з одиниці). Для переходу до упорядкування за Уолшем, використаємо стандартний перехід: $\text{Had}(\cdot) \rightarrow \text{Pal}(\cdot) \rightarrow \text{Wal}(\cdot)$. Треба пам'ятати, що при переході від $\text{Had}(\cdot) \rightarrow \text{Pal}(\cdot)$, необхідно правильно вибрати двійковий запис числа, з **урахуванням діади**. Для нашого випадку: $0011 \rightarrow 1100 \rightarrow 1000$. Тобто ми прийшли до того ж результату, що і при використанні функцій $\text{blo}(\cdot)$.

У випадку, коли у результаті аналізу Рис. 5.1 та Рис 5.3 можливо встановити параметри імпульсної завади, необхідно провести розрахунок спектру імпульсної завади у базисі функцій Хаара. Сигнал $X_1(x)$ одержимо аналогічно (5.1) із заміною базисних функцій. Для дійсних коефіцієнтів необхідно враховувати n гармонік ($n=N-1$, де N визначається номером діади ансамблю сигналів $S(t)$).

Результати обробки адитивної суміші широкосмугового сигналу, білого шуму і сильних селективних завад двох видів узагальненим спектральним методом показують високу стійкість методу до змін вхідного сигналу на різних етапах його обробки. Не дивлячись на суттєві відмінності у формі сигналів, представлених на Рис. 5.5 та Рис. 5.6, в результаті обробки адитивної суміші широкосмугового сигналу, білого шуму і сильних селективних завад двох видів ми отримали корисний широкосмуговий сигнал, математичну модель якого не можна було встановити на першому етапі аналізу (див. Рис. 5.1).

ЛІТЕРАТУРНІ ДЖЕРЕЛА

1. Поляков П. Ф. Широкополосные аналоговые системы связи со сложными сигналами. – М.: Радио и связь, 1991. – 152 с.
2. Диксон Р. К. Широкополосные системы: Пер. с англ./Под ред. В. И. Журавлева. – М.: Связь, 1979. – 302 с.
3. Хармут Х. Ф. Передача информации ортогональными функциями. – М.: Связь, 1975. – 272 с.
4. Гоноровский И.С., Демин М.П. Радиотехнические цепи и сигналы: Учебник для вузов. – М.: Радио и связь, 1994. – 450 с.
5. Бабак В.П., та ін. Обробка сигналів. Підручник. – К.: Либідь, 1999. – 392 с.
6. Залманзон П.А. Преобразование Фурье, Уолша, Хаара и их применение в управлении связи и других областях. – М.: Наука, 1989. – 496 с.
7. Белецкий А.Я. Бабак В.П. Детерминированные сигналы и спектры. – К.: КИТ, 2002. – 502 с.
8. Хармут Х. Ф. Теория секвентного анализа. – М.: Мир. 1980. – 574 с.
9. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. Изд. 2. испр. Пер с англ. – М.: Изд. Дом. «Вильямс», 2004. – 1104 с.
10. Варакин Л. Е. Системы связи с шумоподобными сигналами. – М.: Сов. Радио, 1985. – 384 с.
11. Яценко А. А. Введение в криптографию/Под общ. ред. В.В. Яценко. – М.: МЦМНО, “ЧеРо”, 1998. – 345 с.
12. Хармут Х. Ф. Несинусоидальные волны в радиолокации и радиосвязи. – М.: Радио и связь, 1985. – 376 с.
13. Урядников Ю.Ф., Аджемов С.С. Сверхширокополосная связь. Теория и применение. – М.: СЛОН_ПРЕСС, 2005. – 368 с. – (Серия «Библиотека студента»).
14. Трахтман А. М. Введение в обобщенную спектральную обработку сигналов. М.: Сов. Радио, 1972. – 352 с.
15. Вишневский В.М. и др. Широкополосные беспроводные сети передачи информации. – М.: Техносфера, 2005. – 592 с.
16. Ипатов В.П. и др. Системы мобильной связи. Учебное пособие для вузов. – М.: Горячая линия – Телеком, 2003. – 272 с.
17. Ю.Ф. Лазарев MATLAB і моделювання динамічних систем. Навчальний посібник: http://kafpson.kpi.ua/Arhiv/Lazarev/uml_3n.pdf